



**VALIDACIÓN RETROSPECTIVA DEL MODELO  
CAPM EN COMPAÑÍAS COLOMBIANAS QUE  
COTIZAN EN BOLSA A PARTIR DEL CÁLCULO DE  
LAS BETAS DE MERCADO Y EL COSTO DE  
PATRIMONIO**

**JUAN ESTEBAN CALLEJAS HOYOS  
GUSTAVO ADOLFO MONTOYA POSADA**

**INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA ESUMER  
FACULTAD DE ESTUDIOS EMPRESARIALES Y MERCADEO  
ADMINISTRACIÓN FINANCIERA  
MEDELLÍN  
2016**

**VALIDACIÓN RETROSPECTIVA DEL MODELO CAPM EN  
COMPAÑÍAS COLOMBIANAS QUE COTIZAN EN BOLSA A  
PARTIR DEL CÁLCULO DE LAS BETAS DE MERCADO Y EL  
COSTO DE PATRIMONIO**

**JUAN ESTEBAN CALLEJAS HOYOS  
GUSTAVO ADOLFO MONTOYA POSADA**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE ADMINISTRACIÓN  
FINANCIERA**

**ASESOR  
EDUARDO ALEXANDER DUQUE GRISALES**

**INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA ESUMER  
FACULTAD DE ESTUDIOS EMPRESARIALES Y MERCADEO  
ADMINISTRACIÓN FINANCIERA  
MEDELLÍN  
2016**

## **DEDICATORIA**

Dedicado a nuestras familias, y a todas las personas que nos ayudaron en el camino de formación profesional, orientándonos con sabiduría hacia las mieles del saber, y ayudándonos a ser personas más íntegras, responsables, y competentes en este mundo globalizado. Por ultimo dedicamos este trabajo a todos aquellos estudiantes que han tenido que parar en el camino su formación por causas ajenas a ellos, como muestra de perseverancia, y señal de que con esfuerzo y dedicación, todo es posible.

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar le agradecemos a Dios por darnos la oportunidad de formarnos como estudiantes y profesionales, a la institución universitaria ESUMER y docentes que hicieron parte de nuestro proceso educativo, y que gracias a sus enseñanzas, nos permitieron mejorar día a día de manera íntegra, tanto en lo personal como en lo profesional; Agradecemos a nuestras familias que nos dieron bases morales y buenas costumbres, y a todas y cada una de las personas que estuvieron directa e indirectamente en nuestro proceso formativo. Agradecemos especialmente a nuestro asesor Eduardo Alexander Duque Grisales por enseñarnos el valor de la investigación, el análisis y el trabajo en equipo.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN -----	09
1. FORMULACIÓN DEL PROYECTO -----	10
1.1 Antecedentes -----	10
1.2 Planteamiento del Problema -----	13
1.2.1 Hipótesis -----	14
1.2.2 Justificación -----	14
1.3 Objetivos -----	15
1.3.1 General -----	15
1.3.2 Específicos -----	15
1.3.3 Alcances -----	16
1.4 Marco Referencial -----	16
1.4.1 Marco Conceptual -----	16
1.4.2 Marco Teórico -----	25
1.4.3 Marco Contextual -----	41
1.5 Modelo Metodológico -----	44
1.5.1 Tipo y enfoque de la Investigación -----	44
1.5.2 Método y Metodología -----	44
1.5.3 Población y Muestra -----	45
2. EJECUCIÓN DEL PROYECTO -----	46

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES -----	53
3.1 Conclusiones -----	53
3.2 Recomendaciones -----	54
REFERENCIAS -----	55
ANEXOS -----	59

## LISTA DE TABLAS Y GRÁFICOS

Pág.

### GRAFICOS

- Grafico 1. Conjunto de portafolios factibles y frontera eficiente de Markowitz ----- 29
- Grafico 2. Relación rentabilidad del Activo i Vs. Rentabilidad del mercado ----- 30
- Grafico 3. Número de empresas que cotizan en bolsa en las principales Bolsas de Valores del Mundo al mes de Julio de Año 2013----- 43
- Grafico 4. “Promedio Tasas Cero Cupón a término de títulos de deuda pública doméstica (TES) en Colombia desde el año 2003 hasta el año 2016”.----- 47

### TABLAS

- *Tabla 1.* Número de empresas registradas en las bolsas de valores de Estados Unidos --  
----- 43
- *Tabla 2.* “Promedio Tasas Cero Cupón a término de títulos de deuda pública doméstica (TES) en Colombia desde el año 2003 hasta el año 2016” ----- 46
- *Tabla 3.* “Tasas de Rendimiento diario y anual COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014” ----- 48
- *Tabla 4.* “Varianza de COLCAP, Varianza de Títulos del mercado Colombiano, y Covarianzas Títulos versus COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014”----- 48
- *Tabla 5.* “Beta ( $\beta$ ) de Títulos del mercado Colombiano versus COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014”----- 49
- *Tabla 6.* “Varianzas COLCAP y Varianzas Títulos por año desde 2010 hasta 2014” -----  
----- 49
- *Tabla 7.* “Covarianzas Títulos versus COLCAP por año desde 2010 hasta 2014” ----- 50

- *Tabla 8.* “Betas de mercado ( $\beta$ ) de Títulos versus COLCAP por año desde 2010 hasta 2014” ----- 50
- *Tabla 9.* “Cálculo del Costo de Patrimonio para Títulos del mercado Colombiano a través del modelo CAPM por año desde el 2010 hasta el 2014” ----- 51
- *Tabla 10.* “Comparación entre el Costo de Patrimonio ( $K_e$ ) calculado por CAPM, la rentabilidad sobre el patrimonio (ROE), y la rentabilidad de los Títulos del mercado Colombiano desde el año 2010 hasta el 2014” ----- 52

# **VALIDACIÓN RETROSPECTIVA DEL MODELO CAPM EN COMPAÑÍAS COLOMBIANAS QUE COTIZAN EN BOLSA A PARTIR DEL CÁLCULO DE LAS BETAS DE MERCADO Y EL COSTO DE PATRIMONIO**

## ***INTRODUCCIÓN***

El CAPM (Capital Asset Pricing), es uno de los modelos más usados para la valoración del costo de patrimonio ( $K_e$ ) según los riesgos asociados a los títulos, considerando más que nada el riesgo de mercado o sistemático a través de unas betas ( $\beta$ ) que representan la volatilidad de un título respecto a la volatilidad de su mercado. En síntesis, el modelo CAPM arroja como resultado la rentabilidad que deben esperar tener los inversionistas al momento al adquirir un título y/o empresa (refiriéndonos al sector real), teniendo como base una tasa libre de Riesgo ( $R_f$ ) y adicionando una prima de mercado ( $R_m - R_f$ ) definida por la diferencia entre el rendimiento del mercado ( $R_m$ ) y la misma tasa libre de riesgo ( $R_f$ ).

A la vista el modelo CAPM se puede ver como un modelo práctico y coherente, pero sin duda a lo largo de la historia desde su concepción en los trabajos de William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin (1964), este modelo ha sido puesto en duda muchas veces, básicamente porque no aplica a mercados como el colombiano o cualquier otro mercado de un país emergente por la falta de profundidad, y la poca disponibilidad de información, en comparación con mercados de países desarrollados. En los mercados de países emergentes hay una gran cantidad de PYMES que no están en bolsas de valores, y de las grandes empresas, que son pocas, la mayoría tampoco se encuentran en bolsas de valores, por lo que es muy complejo aplicar el Modelo CAPM sin información y sin un mercado que los agrupe, más allá del sector al que pertenecen.

Según Pareja (2002) “Es muy fácil predecir que cuando no tenemos la suficiente información, un método como éste falle, porque en esencia lo que se requiere es información histórica, que usualmente no está disponible para empresas pequeñas y medianas (PYMES)”. En la actualidad es de gran importancia lograr valoraciones precisas de las compañías que cotizan en bolsa, especialmente de aquellas pertenecientes a mercados emergentes, como el caso del mercado Colombiano, ya que la mayoría de modelos de valoración se basan en datos históricos, y varianzas de largos periodos de tiempo, y demás datos macroeconómicos, que no se pueden obtener en estos nuevos mercados por su poca profundidad, historia y solidez. Es pertinente entonces mirar el tema del “Costo de Patrimonio ( $K_e$ )” en detalle, y conocer sus métodos de valoración, para identificar las inconsistencias sobre sus cálculos y supuestos, puesto que el valor de las compañías, es decir, el valor de sus acciones en el mercado, depende en gran parte del valor presente de sus flujos de caja libre y valor de continuidad proyectados, descontados a través del costo promedio ponderado de capital (WACC), que tiene en cuenta el costo de la deuda, y el “Costo de Patrimonio ( $K_e$ )” que será el tema a tratar en la investigación.

La idea es entonces, mediante la investigación, aplicar el modelo de valoración de activos CAPM en los títulos de empresas colombianas que coticen en bolsa, calculando las betas de

mercado y el Costo de patrimonio (Ke), para observar la precisión en los cálculos y corroborar la validez de los resultados versus la realidad del mercado, analizando de antemano los supuestos en los que se basa el modelo al aplicarlo en mercados emergentes como el colombiano.

## 1. FORMULACIÓN DEL PROYECTO

### 1.1 ANTECEDENTES:

A continuación se listan todos los referentes investigativos sobre aplicaciones y modelos alternativos del CAPM encontrados en Ibero-América:

AÑO	AUTOR(ES)	INVESTIGACIÓN	APORTE
2000	Luis E. Pereiro y María Galli	“La Determinación del Costo del Capital en la Valuación de Empresas de Capital Cerrado: una Guía Práctica”	Describen los diferentes modelos para calcular el costo de capital, pasando por el flujo de fondos descontados y el costo del capital, el CAPM clásico, el modelo de primas y ajustes apilables (MPAA), el cálculo del riesgo sistemático, el costo promedio ponderado del capital (WACC), y el cálculo del riesgo asistemático.
2000	Juan Alberto Adam Siade	“La problemática de aplicación de los modelos CAPM y WACC en mercados emergentes”	Examina a fondo los modelos del CAPM y WACC en los Estados Unidos, y concluye que estos modelos fueron diseñados para una economía estable y previsible como la norteamericana, y que la aplicación en países emergentes requiere de demasiados ajustes debido a la volatilidad e incertidumbre.
2002	Ignacio Vélez Pareja	“Costo de capital para firmas no transadas en bolsa”	Repasa las principales estadísticas de las firmas no transadas en bolsa, tanto en los Estados Unidos como en Colombia, analizando las divergencias de un mercado emergente y otro en desarrollo, presentando, además, algunas alternativas para calcular el costo del patrimonio o capital propio cuando no existe información suficiente a través del modelo de “Capital Assets Pricing Model” (CAPM).
2002	Ignacio Gómez Montejo	“La prima de Riesgo: Ni tanta ni tan baja”	Describe la importancia de la prima de riesgo para la valoración de acciones en el mercado bursátil, y examina desde diversos enfoques los problemas metodológicos, históricos, técnicos y fundamentales, descubriendo las discrepancias de las primas de riesgo extremas.
2004	Fernando Rubio	“Capital Asset Pricing Model (CAPM) y Arbitraje Pricing Theory (APT): Una nota técnica”	Presenta los modelos, CAPM y APT con sus múltiples características, diferencias y aplicaciones prácticas, los cual permitió a los autores contrastar la esencia teórica de estos modelos con la realidad.

2005	Viviana Fernández	“El Modelo CAPM Para Distintos Horizontes de Tiempo”	Se enfocó en la estimación del modelo CAPM, para distintos horizontes de tiempo, con información de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, concluyendo, que el CAPM tiene un mayor valor de predicción en el mediano plazo.
2005	Belén Nieto y Rosa Rodríguez	“Modelos de valoración de activos condicionales: un panorama comparativo”	Examina modelos de valoración, así como las formas habituales mediante las que se implementa dinamismo en la estimación práctica de los mismos.
2005	Priscilla Paulina Castro Barrera y Andrea Marité Correa Cárcamo	“Metodologías de cálculo de costo de capital, utilizadas por las sociedades anónimas abiertas chilenas para proyectos de inversión realizados en el extranjero, y los efectos en el costo de capital de la sociedad al invertir en los mercados internacionales, a agosto de 2005”	Examina las razones que motivaron a las Sociedades Anónimas Abiertas chilenas a realizar proyectos de inversión en los mercados internacionales, determinando las metodologías utilizadas por las sociedades anónimas abiertas chilenas, para la obtención del Costo de Capital utilizado en la evaluación de sus proyectos de inversión en el exterior.
2006	Eduardo Contreras y José Miguel Cruz	“No más VAN: el Value at Risk (VaR) del VAN, una nueva metodología para análisis de riesgo”	Describen las diferencias entre los riesgos diversificables y no diversificables, examinan el modelo CAPM y su validez en las valoraciones de activos dentro de mercados globales y por último proponen un modelo alternativo al CAPM y su variantes llamado “Value At Risk” (VaR)
2006	Ricardo Pascale	“Costo del capital en países emergentes”	Repasa los distintos modelos desarrollados para el cálculo del costo de capital en países emergentes y analiza de forma crítica los problemas de cada modelo, concluyendo que uno de los principales inconvenientes con el modelo CAPM en países emergentes es la asimetría y pobre integración de estos mercados.
2008	Edwin Eduardo Perilla Serrano	“Aplica el modelo CAPM en el caso colombiano validación empírica y su pertenencia para Colombia”	Constituye varias carteras hipotéticas de acciones de acuerdo a la bursatilidad de los títulos y relaciona acciones de acuerdo al sector económico que representan o conforman (industrial, financiero, energético, tecnológico etc.).
2010	Jairo Humberto Sánchez Segura	“La tasa de descuento en países emergentes aplicación al caso colombiano”	Presenta dos modelos financieros utilizados para el cálculo del costo de capital y los ajustes necesarios para calcular dicho costo cuando se trata de inversiones en países emergentes; Además desarrolla los ajustes necesarios para calcular el mayor riesgo percibido en países.
2010	Elvia Andrea	“Estimación empírica de la prima	Estima la magnitud de la prima de riesgo del mercado

	Pardo Barbosa	de riesgo en Colombia”	(PRM) en Colombia para el mercado de renta variable sobre la renta fija a partir de observaciones históricas.
2010	Guillermo Buenaventura Vera, Carlos Augusto Gómez Restrepo y Juan Carlos Ortiz Romo	“Aplicación de las teorías de la firma: operacionalización del CAPM para empresas de Colombia y latinoamericanas”	Plantean que el cálculo de estos métodos de valoración de costo de capital (Ke), son más eficientes para su aplicación en mercados de valores fuertes y obsoletos en mercados de países emergentes, por lo que la investigación una metodología de cálculo de los parámetros del CAPM para países emergentes.
2010	Katerine Rodríguez Díaz, y Aura Patricia Ramírez Pabón	“Costo de capital usando información de mercado vs. costo de capital usando información contable en países suramericanos”	Se enfoca en la forma del cálculo del Costo del Capital, usando información de mercado o información contable, basándose en el modelo CAPM y en modelos descritos por Ignacio Vélez Pareja en anteriores publicaciones para el cálculo del Ke.
2011	María C. Valderrama A., John M. Díez B., y Sandra C. Gaitán R	“Aproximación a las metodologías de estimación del costo de capital en los proyectos de inversión. El caso colombiano”	Define la forma de estimar teóricamente el costo de capital en Colombia, a partir de una revisión de las prácticas metodológicas más comunes en el ámbito mundial.
2011	Alejandro Vargas Sánchez	“Estimación del costo del patrimonio y costo del capital por medio de tasas de rendimiento ajustadas al riesgo”	Presenta una aplicación del modelo CAPM a cinco sectores específicos de Pymes Bolivianas, ajustando las tasas de rendimiento y los factores de riesgo, demostrando la viabilidad del modelo no solo para mercado bursátil, sino también para el sector real, específicamente las Pymes.
2012	Juan Pablo Motta Forero	“Validación del modelo CAPM en los mercados de valores de América latina (2007-2012) y evaluación de otros modelos alternativos”	Presenta un acercamiento hacia la aplicabilidad del CAPM en los principales mercados bursátiles de América Latina bajo la metodología de FMB (Fama Macbeth).
2012	Carlos Hernán Cruz Castro	“Medición y análisis de un modelo para la determinación del costo de capital de las pymes del subsector de confección en Bogotá”	Realiza un repaso de los diferentes modelos teóricos disponibles en la literatura financiera para la determinación del costo de capital, concluyendo que el modelo CAPM, es el modelo más óptimo y práctico para determinar el costo de capital en Pymes.
2013	Nicolás Mesa	“Estimación del costo del capital para empresas reguladas en mercados emergentes: el caso del sector de distribución de energía eléctrica en Argentina”	Analiza cómo influye el modelo regulatorio argentino y las características propias del sector eléctrico en un entorno de mercado emergente, en el costo del capital de una empresa distribuidora en particular, a partir de la caída del tipo de cambio.
2013	Juan	“Evaluación del efecto tamaño de	Evalúan la existencia del efecto tamaño en los mercados

	Benjamín Duarte, Zulay Yesenia Ramírez León, y Katherine Julieth Sierra Suárez	empresa en los mercados bursátiles de América Latina”	bursátiles más importantes de Latinoamérica (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú) para el periodo de 2002 a 2012, mediante la metodología de contrastes de sección cruzada del efecto tamaño en el contexto del CAPM.
2014	Efren Gonzalo Montenegro Cueva	“Análisis de riesgo de las acciones de las empresas más representativas que estructuran el mercado de valores de Ecuador”	Examina el entorno macroeconómico ecuatoriano determinando la relevancia de la prima de riesgo país en el riesgo sistemático de la bolsa de valores de Ecuador, y analizando a través del modelo CAPM y respectivos ajustes, las diez (10) compañías más representativas del mercado ecuatoriano.
2014	Daniel Botero Guzmán y Carlos Enrique Vecino Arenas	“Estimación de la prima de riesgo histórica en Latinoamérica”	Estiman la prima de riesgo de mercado en Latinoamérica mediante un índice que tiene en cuenta el desempeño de los países más representativos de esta región: Brasil, México, Chile, Perú y Colombia. La estimación se realiza mediante el cálculo del diferencial de las rentabilidades históricas de la renta variable y la rentabilidad de la renta fija.
2015	Edwin Francisco Firacative Roperio	“Aplicación del modelo CAPM para la valoración de acciones en el mercado integrado latinoamericano MILA”	Aplica el modelo CAPM y evalúa su validez para la valoración de acciones en el Mercado Integrado Latinoamericano (MILA).

Fuente: construcción propia basados en revisión de literatura.

## 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

Una deuda adquirida es algo real cuya tasa o flujos contratados no cambian, pero estimar el valor de unos flujos de caja inciertos a futuro, es pasar de la teoría del valor del dinero en el tiempo al valor de los sueños en el tiempo. Para la valoración de empresas se tiene en cuenta el valor presente de los Flujo de Caja Libre proyectados en un horizonte de tiempo determinado, descontándolos a una tasa dada por un costo de capital ponderado (con deuda y patrimonio) o WACC (weighted average cost of capital) que a su vez depende del cálculo del costo del patrimonio ( $K_e$ ) según el modelo CAPM. El problema radica en que todas estas estimaciones o cálculos dependen de variables macroeconómicas y unos supuestos inciertos que el analista convierte en una variable de riesgo, ya que no puede dar certeza de que los escenarios futuros planteados en cada valoración se vayan a presentar, pero sin importar esto (el nivel de certeza o incertidumbre) las empresas son valoradas por estos métodos, que más que métodos científicos serían juegos de azar, alejados de toda realidad,... pero, ¿qué tan alejadas de la realidad son estas valoraciones?. Se plantea entonces el hecho de que una errónea valoración o la aplicación de un modelo que arroje resultados surrealistas, envía falsa información al mercado, dejando al inversionista en manos de la incertidumbre, sin que este lo sepa, ya que modelos como el CAPM, engañan por la certeza y coherencia en sus metodologías de cálculo y aplicación, puesto que sus

resultados distan de reflejar los riesgos reales que se asumen en mercados cada vez más acelerados y con productos más complejos (Como el mercado de derivados), teniendo en cuenta supuestos utópicos que no consideran mercados a la baja.

### **1.2.1 HIPOTESIS:**

La valoración de empresas a partir del cálculo del valor presente de los Flujos de caja libre descontados con la tasa del costo de capital ponderado, que a su vez depende de la estimación del costo de patrimonio por medio del Modelo CAPM, resulta una valoración errónea alejada de la realidad debido a las distorsiones en sus cálculos, del modelo CAPM para países emergentes, y la falta de previsibilidad para los valores macroeconómicos proyectados. Las valoraciones que se realizaron a empresas Colombianas con mayor capitalización bursátil en el año 2009, difieren en gran medida a los valores reales presentados por estas mismas empresas desde el año 2010 hasta el 2014, demostrando el vacío y la falta de certeza de este método por los supuestos que se basan en un mercado ideal y utópico.

### **1.2.2 JUSTIFICACIÓN:**

A partir de la globalización y el desarrollo de la economía de los países emergentes, entre ellos Colombia, razón principal de este trabajo, es más que importante y evidente el cálculo de los Betas ( $\beta$ ), la tasa libre de riesgo y la prima del mercado en el momento de la valoración de las compañías; Lo característico del cálculo de los Betas ( $\beta$ ) en países de Latinoamérica es tenerse que basar de los cálculos ya predispuestos en Estados Unidos, lo que lleva a presentar una situación crítica al modelo actual del CAPM, (Capital Asset Pricing Model) modelo que sirve como referente principal para la valoración de las empresas que cotizan en la bolsa, con la incorporación de las PYMES a la Bolsa de Valores de Colombia se genera la importancia de tener un modelo de calificación de riesgo para la situación de Colombia, así mismo se denota un vacío en las herramientas para el cálculo del mismo.

Según Edwin Eduardo Perilla Serrano, en su trabajo *“Aplica el modelo C.A.P.M en el caso colombiano validación empírica y su pertenencia para Colombia”*, “...En Colombia se encuentran trabajos como los de Rueda (2001), en el cual se establece una caracterización del mercado de valores de Estados Unidos de América y establece la validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio para este país. Por otra parte, Torres (2002) complementa el trabajo de Rueda y amplía el análisis de la teoría de portafolio a el ámbito internacional.

Medina (2003), desarrolla un artículo en el cual emplea la teoría del portafolio de Markowitz para construir portafolios de acciones de la Bolsa de Valores de Colombia encontrando en este ejercicio que el rendimiento de equilibrio de un activo no depende de su volatilidad si no del riesgo sistemático o riesgo de mercado, el cual se mide con el indicador denominado beta”. Por otra parte, Marcos Adrián Scaliti, habla de la importancia que es tener una situación crítica con respecto al modelo CAPM, según el investigador en el trabajo *“EL CAPM Y SU APLICACIÓN EN MERCADOS EMERGENTES, SUS VARIANTES Y MODELOS ALTERNATIVOS”*, en este explica claramente el por qué se presenta este modelo insuficiente para calcular el riesgo de una empresa al momento de

invertir en la bolsa en mercados emergentes, describiendo punto por punto los diferentes tipos de problemas, tales como: problemas conceptuales, empíricos, analíticos y metodológicos, al momento de aplicar dicho modelo, “El “Capital Asset Pricing Model” (CAPM) es el 22 modelo más utilizado en todo el mundo para estimar el costo de capital, o dicho de otra forma, la rentabilidad que deben obtener los accionistas de una empresa por invertir su dinero en ella. Sin embargo, el CAPM ha sido puesto en tela de juicio muchas veces, y especialmente, la evidencia empírica muestra que no funciona adecuadamente para estimar el costo de capital en los mercados emergentes.

Los problemas relativos a la estimación del costo del capital en mercados desarrollados y en mercados emergentes son considerablemente distintos. En los mercados desarrollados, los practicantes usan ampliamente el CAPM para el cálculo del rendimiento esperado del capital accionario. Este método, por supuesto, no está libre de controversias. Durante 30 años los académicos han debatido si  $\beta$  (medida del riesgo del CAPM) es la más apropiada medida del riesgo. Sin embargo, pocos están en desacuerdo con los resultados del CAPM. El balance de la evidencia empírica indica que, aunque, factores adicionales tales como el tamaño y ratios como book-to-market pueden ser necesarios para una mejor explicación del rendimiento de las acciones,  $\beta$  no debería ser descartada como una medida del riesgo. En otras palabras, en mercados desarrollados, el debate no es tanto si  $\beta$  es una medida adecuada del riesgo, sino cuales son las variables adicionales, si es que las hay, que afectan los rendimientos de las acciones. En mercados emergentes, sin embargo, el debate es bastante diferente. El uso del CAPM en estos mercados tiene varios problemas. Desde un punto de vista empírico, esos problemas están compuestos por el hecho de que, en mercados emergentes, las  $\beta$  y los rendimientos de las acciones están ampliamente correlacionados. Además, hay estudios, tales como Harvey (1995), que muestran que las  $\beta$  en este tipo de mercados son demasiado bajas, por lo tanto, cuando son usadas como input en la ecuación del CAPM, generan rendimientos requeridos considerados demasiado bajos.”

### **1.3 OBJETIVOS:**

#### **1.3.1 General**

Demostrar la validez de la aplicación del modelo CAPM en el mercado Colombiano entre los años 2010-2014 y evaluar los resultados contrastados con la realidad del mercado y los supuestos teóricos del modelo base.

#### **1.3.2 Específicos**

- Analizar el comportamiento de los 5 activos de mayor capitalización bursátil en Colombia entre los años 2010 y 2014 y calcular las betas de Mercado ( $\beta$ ) a partir de la covarianza entre los rendimientos de los títulos elegidos para la investigación y el COLCAP.
- Determinar el Costo de patrimonio para cada título seleccionado, a partir del modelo CAPM, según las condiciones del mercado colombiano.

- Comparar los resultados obtenidos de la valoración de los títulos según el modelo CAPM y contrastarlos con los datos reales de las compañías.

### **1.3.3 ALCANCES:**

La investigación se concentrará en los títulos de las cinco (5) empresas colombianas con mayor capitalización bursátil de la bolsa de valores de Colombia durante el año 2010, y posteriormente se examinarán los costos de Patrimonio ( $K_e$ ) versus los rendimientos reales de los títulos elegidos entre los años 2010 y 2014.

## **1.4 MARCO REFERENCIAL**

### **1.4.1 Marco Conceptual**

Para entender cómo se valora un activo, o se establece una tasa de retorno de esperada, según el riesgo, de un capital, es preciso comenzar por comprender que es un activo financiero; Según en consultorio contable de la universidad EAFIT, desde el punto de vista del inversionista, las inversiones financieras le están brindando la oportunidad de obtener una rentabilidad por su inversión. Pero para quien se financia, la situación representa la oportunidad de contar con unos recursos monetarios, sobre los que debe pagar una renta, para poder realizar los proyectos de activos reales, de los cuales espera una rentabilidad mayor que la que paga por los recursos financieros.

Existen diferentes tipos de inversiones financieras:

- a). Acciones: títulos de propiedad fraccionada de una identidad, el tenedor de Acciones recibe un incremento del precio de las acciones con el tiempo y el pago de dividendos por la posesión de las mismas, dependiendo de su naturaleza tendrá ciertos privilegios en la distribución de utilidades.
- b). Bonos: Los Bonos son títulos de acreencia fraccionada de una deuda pública emitida por una entidad

Por lo tanto el activo es el conjunto de bienes, derechos y otros recursos controlados económicamente por la empresa, resultantes de sucesos pasados, de los que es probable que la empresa obtenga beneficios económicos en el futuro. El activo se puede dividir en:

a). Activo no corriente: Forman parte del activo no corriente aquellos activos que permanezcan en la sociedad por un periodo superior al año o al ciclo normal de la explotación. Son Activos No Corrientes:

- Los elementos de Inmovilizado.
- Las inversiones inmobiliarias.
- Las inversiones financieras a L/P.
- Los activos por impuestos diferidos.

b). Activo Circulante o Corriente: Forman parte del Activo Circulante o Corriente los elementos que se espera vender, consumir o realizar en el transcurso del ciclo normal de explotación, así como, con carácter general, aquellas partidas cuyo vencimiento, enajenación o realización, se espera que se produzca en un plazo máximo de un año contado a partir de la fecha de cierre del ejercicio. El Activo Circulante o Corriente está formado por:

- Las existencias.
- Los deudores comerciales y otras cuentas a cobrar.
- Las inversiones a corto plazo.
- El efectivo y otros activos líquidos.
- Las periodificaciones.

Robert Kiyosaki, en su libro “Padre rico, padre pobre”, hace una definición de activo muy diferente y a la vez interesante. Activo es todo aquel bien o derecho que genera efectivo, todos aquellos activos productivos, esos que generan renta. Si se parte de que activo es solo aquello que puede generar ingresos, la gran mayoría de los activos que se posee, en verdad no son activos, sino que como dice Robert Kiyosaki, son un pasivo o una simple obligación, puesto que son activos que en lugar de generar ingresos, lo que hace es consumir recursos, lo cual financieramente no es nada recomendable.

Entendiendo que todo bien o derecho que genere recursos es un activo, es necesario aclarar que no todo en la vida es tan sencillo, y que cuando se habla de recursos que generan más recursos, hay un factor inherente a estos recursos llamado “Riesgo”; Según Damodaran (Aswath Damodaran, reconocido economista, experto en mercados bursátil que en la

actualidad es Profesor de Finanzas en la Escuela de Negocios de la Universidad de Nueva York) en una entrevista publicada por la revista Dinero (2010), “Riesgo” es cualquier factor que pueda causar una desviación del resultado final, por una decisión que lo haga alejarse del objetivo esperado. Cuando se toma una decisión se esperan un resultado, pero el resultado final puede ser diferente al esperado, se puede tener una sorpresa positiva, si el resultado final es mejor, o una sorpresa negativa, si el resultado final es peor. Por lo tanto, la esencia del riesgo es que lo que sucede no necesariamente coincide con lo esperado.

Al hablar de riesgo país se deben de hacer cuatro distinciones:

- *Riesgo Político*: De acuerdo con Levy (1997), el riesgo político mide la posibilidad de confiscación y expropiación, considera la posibilidad de restricciones a la repatriación de capitales, así como guerras, revoluciones e insurrecciones.
- *Riesgo Soberano*: “Es el riesgo que surge cuando se opera directamente con el gobierno y las administraciones públicas de un determinado país. Es la posibilidad de que un estado repudie parcial o totalmente su deuda, es decir, que amparado en la imposibilidad de ser demandado judicialmente, resuelva definitivamente incumplir con el pago o decida suspender el servicio de la deuda de manera transitoria (moratoria) con la consiguiente renegociación de las condiciones bajo las que se contrató” (Gámez & Otero, 2006, p.248).
- *Riesgo de Transferencia o Liquidez*: “Se refiere a la posibilidad de que un deudor no pueda hacer frente a sus compromisos financieros, como consecuencia directa de restricciones oficiales que lo impidan” (Gámez & Otero, 2006, p.248).
- *Riesgo Macroeconómico*: “Está relacionado con el riesgo de que un prestatario no pueda servir su deuda debido a problemas en el marco económico en el que se lleva a cabo su actividad (crisis general)” (Gámez & Otero, 2006, p.248).

Es claro entonces que cualquier activo financiero viene empaquetado con una serie de riesgos, que algunos mercados concatenan para valoraciones precisas según el nivel de precisión necesaria para calcular la tasa de descuento con la cual se traerán al presente los

valores de los flujos de caja futuros de estos activos. Aching Guzmán, C. (2006) define la tasa de descuento como la razón del pago por el uso del dinero devuelto al liquidar la operación. La operación de descontar forma parte de las actividades normales de los bancos. A estos acuden los clientes a cobrar anticipadamente el monto de las obligaciones de sus acreedores; los bancos entregan dichas cantidades a cambio de retener tasas de descuento, esto forma parte de sus ingresos. Los bancos comerciales, a su vez, necesitan descontar documentos, en este caso, son tomados por el banco central, tal operación es denominada, redescuento.

Específicamente cuando hablamos de valoración de empresas (Cuyas acciones del mercado también son activos financieros) se toma la tasa de descuento como el costo de capital. Según Van Horne, J. y Wachowicz, J. (1994), el costo de capital se define como la tasa de rendimiento requerida de la empresa que apenas satisfará a todos los proveedores de capital. Así mismo, estos autores indican que es la tasa de rendimiento requerida sobre los diversos tipos de financiamiento. El costo global de capital es un promedio ponderado de las tasas de rendimiento requeridas (costos) individuales.

Van Horne, J. y Wachowicz, J. (1994), indican la existencia y necesidad de entender tres (3) tipos de costo de capital:

- El costo de capital en acciones, como la tasa de rendimiento requerida sobre la inversión de los tenedores de acciones comunes de la empresa.
- El costo de la deuda (capital), como la tasa de rendimiento requerida sobre la inversión de los prestamistas de una empresa.
- El costo de las acciones preferentes (Capital) como la tasa de rendimiento requerida sobre la inversión de los tenedores de acciones preferentes de la empresa.

Pero cuando hablamos de empresas, no solo hablamos de capital, cuyos socios esperan un rendimiento mínimo correspondiente al ya mencionado costo de capital ( $K_e$ ), sino que también hablamos de una deuda, que corresponde a unos acreedores, y cuyo rendimiento esperado es el mismo costo de la deuda, por lo que para definir una tasa de descuento que sea más precisa dentro de la valoración presente de las proyecciones es necesario ponderar estos dos rendimientos,  $K_e$  y  $K_d$  (Costo de capital y Costo de la deuda), con los respectivos

porcentajes de proporción deuda/patrimonio que tenga la compañía. Este Costo promedio ponderado de capital es ni más ni menos que el famoso WACC (Weighted Average Cost of Capital) por sus siglas en inglés, o también llamado CMPC (Costo medio ponderado de capital).

Para Pablo Fernández (2013), establece que el WACC no es ni un costo ni una rentabilidad exigida, sino un promedio ponderado entre un costo y una rentabilidad exigida. Denominar al WACC “cost of capital” o “costo de los recursos” produce errores porque no es un coste.

Para Court (2012), el WACC es el costo de los recursos utilizados por la empresa al operar; es un costo desde el punto de vista de la empresa, pero es un rendimiento desde la visión de los proveedores de fondos, como los accionistas y e inversionistas. Está compuesta en principio por:

- El costo de la deuda ( $K_d$ ).
- La rentabilidad mínima exigida de las acciones (comunes –  $K_e$  – y de preferentes).
- La tasa impositiva marginal corporativa ( $T$ ), expresadas en proporciones respecto de la deuda total.

Para Berk, De Marzo y Hardford (2010) el Costo Medio Ponderado de Capital (CMPC) es el costo de capital que refleja el riesgo del negocio global, que es el riesgo combinado de los fondos propios y los fondos ajenos de la empresa.

Es la herramienta fundamental del analista de valoración y se pregunta siempre en las entrevistas de banca de inversión. Por lo tanto el WACC (Weighted Average Cost of Capital), es una tasa de descuento que mide el costo de capital entendido éste como una media ponderada entre la proporción de recursos propios y la proporción de recursos ajenos, así mismo es la estimación del costo de oportunidad a partir del costo de cada una de las fuentes de financiación utilizadas (ya sea mecanismos de deuda o de patrimonio (Equity)).

El WACC como tal es fundamental para las valoraciones, pero como el WACC está compuesto por costo de deuda y costo de capital, es necesario que los analistas sean precisos en el cálculo del costo de capital, ya que de ello depende una correcta estimación

de los valores de las de las compañías que cotizan en bolsa, a través de los diferentes modelos de valoración de activos existentes.

En el trabajo “*Fundamentos de administración financiera*”, Escrito por James C. Van Horne, John M. Wachowicz se definen la valoración de activos como el modelo que describe la relación entre riesgo y rendimiento esperado (requerido). En este modelo, el rendimiento esperado de un título es la tasa exenta de riesgo más una prima basada en el riesgo sistemático del título.

Cuando se habla de valoración de activos, a una mayoría de expertos se le viene en mente el “Capital Asset Pricing Model”, o CAPM (trad. Modelo de Fijación de precios de activos de capital), este es el modelo más frecuente y utilizado en la economía y las finanzas, dicho modelo es utilizado para determinar la rentabilidad requerida para un cierto activo; Según Eduardo Contreras, Académico del Centro de Finanzas Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Plantea la importancia de dicho modelo en su publicación El CAPM y la estimación de tasas de descuento, “Uno de los modelos más difundidos para incorporar el riesgo a la tasa de descuento es el de valoración de activos de capital, más conocido como CAPM (Capital Asset Pricing Model). El modelo de Markowitz del cual deriva el CAPM, plantea la minimización del riesgo del portafolio (medido a través de la varianza) sujeto a un nivel mínimo de rentabilidad esperada. Si se agrega la posibilidad de invertir en un activo de cero riesgo, tenemos que el inversionista podrá combinar la inversión en activos riesgosos con el de cero riesgo. Imponiendo condiciones de optimización en estas combinaciones de activos, con y sin riesgo, se obtiene el conocido modelo de valoración de activos de capital”.

Es igualmente importante tener en cuenta los dos bloques en que se divide el modelo CAPM, el primer bloque tiene que ver con el riesgo propio de cada empresa, y el segundo bloque surge a partir de variables externas como la inflación, el conflicto armado, las recesiones, la variación en las tasas de interés, y múltiples variables económicas que afectan la mayoría de los activos.

Según Marcos Adrián Scaliti en su trabajo de investigación, “El CAPM y su Aplicación en Mercados Emergentes, Sus Variantes y Modelos Alternativos”, publica los supuestos en los que se basa el modelo CAPM:

- Los inversores son diversificadores eficientes de sus inversiones, con la idea de eficiencia determinada por Markowitz, combinando riesgo y retorno, maximizando uno o minimizando el otro. Normalmente son adversos, contrarios al riesgo. Es un supuesto de un comportamiento racional.
- Asume que los rendimientos de las acciones tienen una distribución normal.
- Todas las inversiones tienen para su análisis el mismo período de tiempo, se dice que el CAPM es un modelo uní periódico.
- Los inversores tienen expectativas homogéneas en cuanto a las rentabilidades futuras de las inversiones, todos tienen la misma visión de cuál es la probabilidad de obtener tal o cual rentabilidad.
- Existe un mercado de capitales perfecto, esto implica varios aspectos:
  - a) Todos los activos son perfectamente divisibles y comercializables, no hay limitaciones en la cantidad que voy a invertir en un activo.
  - b) No hay costos de transacciones, ni de información, esto me permite salirme de una inversión y pasarme a otra sin pagar costos intermedios y tampoco hay costos por acceder a la información de mercado.
  - c) No existen impuestos.
  - d) Cada comprador tiene efectos insignificantes sobre el mercado, el mercado está atomizado, todos son pequeños compradores.
  - e) Existe cantidad ilimitada de dinero para prestar o para pedir prestado a una cierta tasa de interés libre de riesgo.
  - f) No existe inflación.

Es así entonces como uno de los más importantes problemas de la economía financiera moderna es la cuantificación de la relación existente entre riesgo y rendimiento esperado. Aunque el sentido común sugiere que una inversión riesgosa generará rendimientos más altos que un activo libre de riesgo, fue solo con el desarrollo del CAPM que los economistas fueron capaces de cuantificar el riesgo y la recompensa por correrlo.

El modelo CAPM, viene de la Teoría del Portafolio (o Teoría de Cartera) de Markowitz, (Harry Markowitz, autor de un artículo sobre selección de cartera publicado en 1952, la teoría moderna de la selección de cartera -Modern Portfolio Theory- propone que el

inversor debe abordar la cartera como un todo, estudiando las características de riesgo y rentabilidad global, en lugar de escoger valores individuales en virtud del rentabilidad esperada de cada valor en particular), Markowitz, estableció los beneficios de la diversificación y formuló la línea del Mercado de Capitales. Esta línea tiene pendiente positiva por la relación directa entre el riesgo y el rendimiento (a mayor riesgo, mayor rendimiento). El punto donde se ubican el riesgo y el rendimiento de un activo individual está siempre por debajo de la línea del mercado de capitales.

Por lo tanto Markowitz, en su modelo dice “que los inversionistas tienen una conducta racional a la hora de seleccionar su cartera de inversión y por lo tanto siempre buscan obtener la máxima rentabilidad sin tener que asumir un alto nivel de riesgo” y muestra también como hacer una cartera óptima disminuyendo el riesgo de manera que el rendimiento no se vea afectado.

Para terminar de comprender la esencia del modelo CAPM es necesario comprender cada uno de sus conceptos, comenzando por la tasa libre riesgo con la que el modelo compara rendimiento esperado o de mercado, pero, ¿Qué es una tasa libre de riesgo?. Siempre que hablamos de un activo, hablamos de un riesgo, por lo que una tasa libre de riesgo está asociada a un activo libre de riesgo; Un activo libre de riesgo es un activo cuyo retorno es igual al retorno esperado, por lo tanto la tasa libre de riesgo correspondería a la tasa de retorno del activo libre de riesgo. Damodaran plantea los requisitos para que un activo sea libre de riesgo y son los siguientes:

- No puede haber riesgo de impago, y los únicos valores que cumplen con esta premisa son los títulos emitidos por el gobierno, debido a que el gobierno tiene el control sobre la impresión de la moneda.
- No puede haber riesgo de reinversión, o que si se define una tasa libre de riesgo para un rango específico, esta tasa debe ser el retorno de un activo invertido en ese mismo rango.

En todos los mercado la tasa libre de riesgo se asocia con la deuda soberana, es decir que en Estados Unidos se asocia con el rendimiento de los Bonos del Tesoro, y en Colombia se podría asociar con los TES (Bonos soberanos), ya que el riesgo de impago es mínimo, casi nulo, comparado con cualquier otro sector, es decir, en palabras ordinarias en casi

imposible que el estado incumpla a sabiendas que, como menciona Damodaran, el gobierno tiene el control sobre la impresión de la moneda.

Ya comprendiendo la aplicación de la tasa libre de riesgo como referencia en el modelo CAPM, habría que definir la contraparte que indica la volatilidad de un mercado específico, y este indicador es llamado la “Beta de Mercado ( $\beta$ )”.

Según el grupo financiero Caixa Bank (Caixa Bank es el grupo financiero líder del mercado español, tanto en el sector bancario como asegurador, y desarrolla una estrategia de diversificación en participaciones de bancos internacionales y empresas líderes de servicios.), “Es un indicador que se utiliza para estimar cuál es la volatilidad de un grupo de acciones, en comparación con el comportamiento que haya tenido otro activo, que habitualmente es el índice selectivo al que pertenece. Si la Beta es mayor que 1, tendrá mayor volatilidad. Y viceversa.”, por lo tanto la Beta ( $\beta$ ) es una variable que mide la diferencia de rentabilidad de una acción respecto a su índice de referencia.

Un valor con una Beta de 1 se movería exactamente igual que el mercado.

Algunos valores pueden tener Beta negativa. Eso quiere decir que cuando el mercado cae esos valores suben y cuando el mercado sube esos valores bajan. Son casos raros pero existen.

Una de las utilidades de la Beta es que si un inversor espera que el mercado va a subir podría formar una cartera de valores con una Beta lo más alta posible (siempre con un valor superior a 1, de forma que la rentabilidad de su cartera fuera superior a la del mercado).

Y si esperase que el mercado pueda tener una caída podría formar una cartera con una Beta lo más baja posible para que su cartera sufriera lo menos posible en caso de caída. Nota: Si el inversor estuviese convencido de que el mercado va a caer sería preferible que utilizase otras estrategias como salirse del mercado y permanecer en liquidez, vender futuros, comprar puts, etc.

La Beta ( $\beta$ ) no es muy útil para un inversor de largo plazo porque presenta varios problemas:

- El valor de la Beta depende del período de tiempo que se utilice para calcularla. Un mismo valor puede tener muchas Betas, puesto que la Beta que resulte de hacer el cálculo con los datos de los últimos 3 meses puede ser distinta de la que resulte de utilizar los últimos 6 meses, 1 año, 5 años, etc.
- La Beta, por definición, es el pasado. El comportamiento de la acción en el pasado no tiene por qué ser igual que el comportamiento que tenga en el futuro.

En algunas estrategias de trading de corto plazo la Beta puede resultar útil pero necesita un seguimiento continuo y la realización de ajustes en la estrategia si la Beta real no coincide con la Beta calculada previamente con los datos del pasado.

#### **1.4.2 Marco Teórico**

Cuando un agente posee activos tiene cuatro opciones: En primer lugar puede conservarlos y dejar que sean afectados por la inflación, en segundo lugar puede invertirlos en el sector real esperando unos rendimientos mínimos según el mercado específico, como tercera opción tiene la inversión en el mercado financiero donde esperaría unos rendimientos fijos establecidos por la o las entidades financieras, y por último tiene la opción de invertir en el mercado de valores o capitales en donde esperaría unos rendimientos variables según el tipo de portafolio o cartera que tenga; En las cuatro opciones de inversión es inherente el riesgo, solo que el nivel de incertidumbre es mayor en el sector real y en el mercado de capitales, por lo que desde mediados del siglo XX economistas y académicos del sector financiero de todo el mundo se han dedicado a la creación y análisis de modelos que reduzcan la incertidumbre y establezcan los parámetros de evaluación del riesgo o los riesgos que definan las tasas mínimas de retorno, o costos de capital en las diferentes opciones de inversión.

Los modelos más conocidos desde 1950 según Álvarez, Ortega, Sánchez y Herrera en su trabajo *“Evolución de la Teoría Económica de las Finanzas, Una Breve Revisión”* del año 2004 para la revista Semestre Económico de la Universidad de Medellín, son:

- Modelo Medias y Varianzas (MMV) desarrollado por Harry Markowitz en 1952.
- Modelo de Mercado de Sharpe, creado por William Sharpe en 1963.

- Modelo de valoración de activos de capital (CAPM) publicado por William Sharpe en 1964.
- CAPM Multifactorial introducido por Robert Merton el 1973.
- Modelo de Valoración de precios a través del arbitraje (APT) propuesto por Stephen Ross en 1976.
- Modelo de valoración de precios a través de opciones (OPM) publicado por Robert C. Merton en 1973, haciendo referencia a un modelo matemático desarrollado por Fisher Black y Myron Scholes.

#### Modelo Medias y Varianzas (MMV):

Este modelo fue desarrollado por Harry Markowitz en 1952, y se conoce comúnmente como la teoría moderna de portafolio, que parte del concepto elemental de aversión al riesgo en la que se establece que, de dos inversiones con la misma rentabilidad se debe elegir la opción con el riesgo mínimo, y que mayores riesgos exigen mayores rentabilidades. Rafael Romero Meza en su artículo “*Medidas de Riesgo financiero*” para la revista Economía y Administración de la Universidad de Chile en el año 2005, dice que “Markowitz propuso como medidas de riesgo, asociada al retorno de inversiones individuales, el cuadrado de la desviación con respecto a la media de la distribución de los retornos (la varianza), y en el caso de una combinación (portafolio) de activos, la covarianza entre todos los pares de inversiones”.

Hipótesis básicas del modelo de Markowitz.

Según Laura Marín Alvarellos en su trabajo “*Modelos de valoración de activos de capital*” para la Universidad de la Coruña en el año 2014, citando el trabajo de Markowitz (1952), dice que “para poder plantear el modelo de Markowitz es necesario, previamente, asentar las bases sobre las que se va a desarrollar el mismo, sus hipótesis fundamentales”:

- El rendimiento de cada título por separado, o bien, del conjunto de la cartera, es una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida. La media o esperanza matemática de dicha variable aleatoria.

- El riesgo se entiende como la dispersión respecto de la media del rendimiento y, por tanto, se calcula como varianza del mismo.
- El riesgo también podría entenderse como la desviación típica, es decir, como la raíz de la varianza, para eliminar la negatividad de los resultados.
- El inversor es averso al riesgo y, por tanto, seleccionará aquellas carteras que más rentabilidad le reporten dado un nivel de riesgo, o viceversa, aquel conjunto de inversiones que le ofrezcan un bajo nivel de riesgo dada una rentabilidad concreta.
- Los activos financieros son perfectamente divisibles.
- El mercado en el que trabaja tienen un comportamiento eficiente y una composición estable, es decir, carece de impuestos o costes de transacción y su negociación es continua.

La principal aportación de Markowitz se halla, sin restar méritos a su tratamiento analítico que sin duda los tiene, en haber recogido de forma explícita en su modelo rasgos fundamentales de lo que en un principio podemos calificar de conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de cartera que haga máximo su rendimiento para un determinado nivel de riesgo, o que minimice el riesgo de aquella para un rendimiento dado (Suárez, 2005).

Markowitz en este modelo plantea un supuesto en el que los inversionistas tienen una conducta racional en la diversificación de la cartera, en la cual buscan siempre la máxima rentabilidad asumiendo el riesgo necesario, y no precisamente el más alto, como suele esperarse.

Según Romero (2005) “Lo interesante de la propuesta de Markowitz estaba en la forma de medir el riesgo de un portafolio, que describe las características individuales (retornos de los activos) por medio de la media y la varianza de la distribución y la dependencia entre

activos por medio del coeficiente de correlación lineal entre cada par de retornos aleatorios”.

Luis Ángel Medina en su artículo “*Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario Colombiano*” para la revista Cuadernos de Economía de la Universidad Nacional de Colombia en el año 2003, menciona que “Es común pensar que a mayor número de activos, mayor diversificación del portafolio. Por ejemplo, si se invierte un capital en  $n$  activos en iguales cantidades, es posible ver que el riesgo de esta inversión disminuye a medida que  $n$  se hace más grande. Este tipo de diversificación se conoce como *diversificación ingenua*. El modelo de Markowitz no está basado en esta clase de diversificación, sino en las correlaciones de los activos de riesgo. La diversificación basada en la correlación, y no en el número de activos, es llamada *diversificación eficiente*”.

“La existencia de un solo portafolio óptimo determina el Teorema de Separación. Este teorema afirma que la combinación óptima de títulos riesgosos para un inversionista puede ser determinada sin tener conocimiento alguno de las preferencias hacia el riesgo y rentabilidad del inversionista” (Castillo y Lama, 2007).

Este primer modelo de aproximación a la valoración de activos de Markowitz, se resume en la siguiente ecuación:

$$(1). \text{Max UE} = f(\bar{r}_p, \sigma_{rp})$$

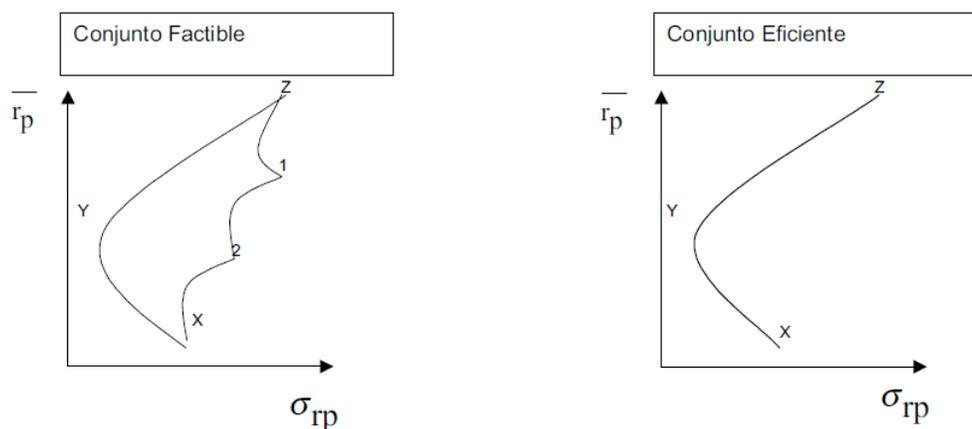
$$(2). \text{S.A } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Donde UE es igual a la utilidad esperada en función del rendimiento esperado del portafolio ( $\bar{r}_p$ ) y el riesgo del portafolio ( $\sigma_{rp}$ ), teniendo en cuenta que para lograr maximizar la utilidad se ajusta el modelo al supuesto que la sumatoria de activos del portafolio debe ser igual al total del presupuesto, y que la inversión es a largo plazo, sin considerar venta de activos en el corto plazo. (Álvarez, A. F. B., 2004, p.109).

En este modelo de Markowitz se establece un concepto llamado “*La frontera factible y la frontera eficiente*” en donde, a partir de unos rendimientos definidos para cada portafolio se

establecen entonces, en vez de un conjunto infinito de activos, solo los tengan correlación o covarianza entre estos en cuanto a riesgos y rendimientos.

**Grafico 1.** “Conjunto de portafolios factibles y frontera eficiente de Markowitz”.



(Álvarez, A. F. B., 2004, p.110).

El nivel de convexidad de la función dependerá de la correlación de los activos o portafolios.

En conclusión este modelo busca, más que maximizar o minimizar riesgos o rendimientos, identificar el conjunto de activos o portafolios eficientes según su correlación cuya combinación sea óptima y se acomode a las necesidades de los inversionistas.

Modelo de Mercado de Sharpe:

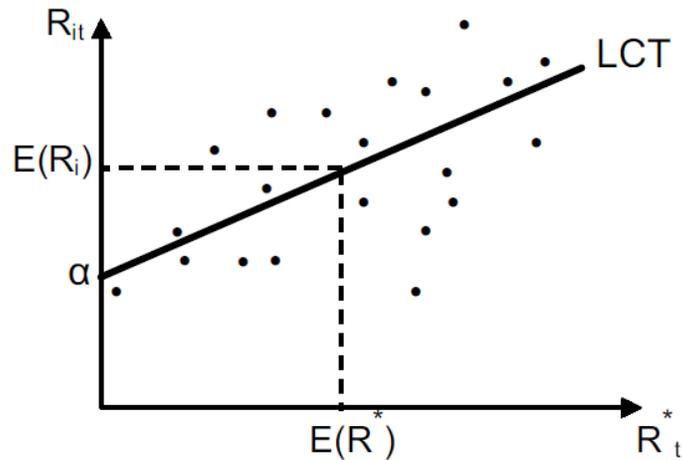
Según Álvarez, Ortega, Sánchez y Herrera, que citan el trabajo de William Sharpe “*Modelo de Mercado*” de 1963, “dada la gran cantidad de estadísticas y cálculos necesarios para la construcción de la frontera eficiente y con el objetivo de hacer aplicable el modelo planteado por Markowitz, William Sharpe introduce dos hipótesis simplificadoras: (i) la relación entre los títulos se debe sólo a su común relación con la cartera de mercado. (ii) la relación entre cada título y el mercado es lineal. Estos dos componentes se encuentran en la siguiente expresión”:

$$(3). R_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot R_t^* + \varepsilon_{it}$$

“La cual establece que el rendimiento de un activo en el periodo  $t$  ( $R_{it}$ ) está influenciado por el comportamiento del mercado en general, es decir, por el rendimiento del mercado en el periodo  $t$  ( $R_t^*$ ). Los parámetros  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  son la ordenada en el origen y la pendiente de ajuste respectivamente; y  $\epsilon_{it}$  es el término de perturbación aleatoria correspondiente a cada activo y captura las características propias de la empresa” (Álvarez, A. F. B., 2004, p.111).

“El modelo planteado en la ecuación anterior se estima generalmente por el método de mínimos cuadrados ordinarios. Esta situación se conoce como el modelo del mercado y gráficamente permite obtener la Línea Característica del Título (LCT)” (Álvarez, A. F. B., 2004, p.111).

**Grafico 2.** “Relación rentabilidad del Activo  $i$  Vs. Rentabilidad del mercado”.



(Álvarez, A. F. B., 2004, p.111).

“El valor del  $\beta$  es el nivel de inclinación, la pendiente, de la línea de mercado o LCT. Lo que implica que también mide la sensibilidad de la rentabilidad del activo  $i$  frente a los cambios que se presentan en la rentabilidad del mercado” (Álvarez, Ortega, Sánchez y Herrera, 2004).

“Este modelo propuesto por Sharpe es solo otra forma de estimar el rendimiento esperado y el riesgo de un activo, así como el grado de relación entre los activos. Por lo tanto, no es un sustituto del modelo de Markowitz sino una manera simplificada de hacer los cálculos para obtener la frontera eficiente” (Álvarez, Ortega, Sánchez y Herrera, 2004).

Modelo de valoración de activos de capital (CAPM):

*Cálculo del modelo CAPM:*

El modelo “Capital Asset Pricing Model” o “CAPM” (Sharpe, 1964), define el “Cost of Equity” o tasa mínima esperada del activo a partir de la siguiente ecuación:

$$(4). K_e = r_f + \beta_l \cdot (r_m - r_f)$$

“Recordando que  $r_f$  se refiere a la tasa libre de riesgo,  $\beta_l$  es la *beta leverage* o beta apalancada,  $r_m$  es la tasa de rentabilidad del mercado y  $(r_m - r_f)$  es la prima de riesgo esperada sobre el mercado. Así como por definición la beta ( $\beta$ ) de una acción mide el riesgo incremental que aporta una acción de una empresa a una cartera de valores diversificada (riesgo sistemático) y se define como la covarianza de las rentabilidades del valor y del mercado, dividida por la varianza de la rentabilidad del mercado (también el coeficiente de correlación entre las rentabilidades del valor y del mercado multiplicado por la volatilidad del valor y dividido por la volatilidad del mercado), la volatilidad mide el riesgo total de dicha acción y es el desvío estándar anualizado de la rentabilidad de la acción ( $\sigma$ ). La diferencia entre ambos riesgos es el «riesgo no sistemático», es decir, aquel que puede eliminarse diversificando la cartera”. (Martínez, Ledesma y Russo, 2013).

Francisco Pérez Hernández en su presentación “*Teoría de Carteras*” como introducción al curso de Dirección financiera de la Universidad Autónoma de Madrid, en referencia a los trabajos previos de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), dice que “El principal supuesto teórico es que el único riesgo al que debe enfrentarse el inversionista es el de la incertidumbre sobre el precio futuro de un activo en el cual desea invertir”. Los demás supuestos teóricos del modelo CAPM serían los siguientes:

- Todos los inversionistas se comportan de acuerdo con el modelo media-varianza propuesto por Markowitz.
- Mismo horizonte temporal de las operaciones de inversión.
- Existe información simétrica y por tanto, eficiencia del mercado.
- No existen restricciones institucionales como la imposibilidad de vender a corto o endeudamiento a la tasa libre de riesgo.
- No existen los impuestos ni las comisiones.
- No se puede influir sobre el precio del activo. Por tanto, competencia perfecta.
- El trading de activos se lleva a cabo continuamente en el tiempo.

Sánchez (2010) menciona que el modelo CAPM "...predice la relación que existe entre el riesgo y la rentabilidad de una inversión. El punto de fondo es que si bien hay un acuerdo generalizado sobre la tasa libre de riesgo, el análisis de la prima del mercado ( $R_m - R_f$ ) tiene profundas diferencias, y más cuando se calcula en países con poca historia de sus mercados o cuando estos son muy volátiles (caso de países emergentes)", y tal es el caso de los mercados latinoamericanos donde el modelo en cuestión tiene que ajustarse de alguna manera por la poca profundidad, falta de paridad de los subsectores, y escasa información de cada región, a comparación del acople del modelo al mercado norteamericano que goza de todas las ventajas de un mercado desarrollado en cuanto a historia, solidez, profundidad, y estandarización de los subsectores.

En todo el mundo se aplica el modelo CAPM con estándares del mercado norteamericano, como punto de referencia, y asumiendo como un riesgo extra el "*Riesgo país*" en los países emergentes. Sánchez (2010), aclara que "En el modelo simplificado del CAPM, la tasa libre de riesgo asume la de los títulos del tesoro americano (T-Bonds por ejemplo) y la prima de riesgo es el exceso del mercado (índice de S&P500 por ejemplo) sobre la tasa libre de riesgo. El beta puede tomarse de la base de datos disponible por Damodaran. Para el ajuste de esta tasa calculada en Estados Unidos, para países emergentes, se debe adicionar la prima de riesgo del país para el cual se va a calcular, (country equity risk premium o prima riesgo país sobre patrimonio)".

Partiendo de la base teórica de Sharpe, el modelo CAPM es congruente al establecer una tasa libre de riesgo como punto de partida y un rendimiento de mercado que permita

establecer el excedente o la prima de mercado desde la diferencia con las misma tasa libre de riesgo, por lo que la complejidad del modelo es adquirida por la definición o construcción de las Betas de mercado ( $\beta$ ).

Caicedo, Vélez y Auz (2007) dicen que “El coeficiente Beta representado por el símbolo griego  $\beta$ , es un índice de volatilidad que muestra la tendencia de un activo a desplazarse en el mercado”, de igual manera Seligman (1983) establece que “El Beta expresa solo el riesgo sistemático de un activo dado, midiendo la extensión en la cual la tasa de retorno del activo ha sido más o menos variable con respecto a la tasa de retorno del mercado como un todo”.

El beta del mercado como tal debe ser igual a 1, por lo que dependiendo de la afectación del mercado del subsector económico los betas se moverá por encima o por debajo de 1, dependiendo del riesgo del portafolio. Para Betas mayores a 1, el riesgo es mayor por lo que la tasa de retorno o Costo del Equity será mayor para justificar el riesgo, mientras que para Betas menores a 1, el riesgo por la afectación del mercado es menor, y por ende la tasa de retorno será menor.

Martínez, Ledesma y Russo (2013), describen según trabajo de Sharpe (1964), que “El procedimiento estándar para estimar la beta consiste en correr una regresión entre los rendimientos de la acción de una empresa  $j$  ( $r_j$ ) y del mercado ( $r_m$ ):

$$(5). \quad r_j = a + b. r_m$$

La pendiente de la regresión ( $b$ ) corresponde a la beta ( $\beta$ ) de la acción, y mide el riesgo de la misma. La ordenada en el origen ( $a$ ) corresponde a la tasa libre de riesgo ( $r_f$ ).

Por lo que también podría apreciarse como:

$$(6). \quad r_j = r_f + \beta. r_m$$

Según la teoría inicial de Sharpe (1964), esta beta tendría en cuenta la financiación de la empresa puesto que según Modigliani y Miller (1958), el valor de una empresa con deuda

$(V_L)$  es igual al valor de mercado de la firma sin deuda ( $V_U$ ) más el beneficio fiscal producto de la deducción de impuestos de los intereses sobre la deuda, es decir:

$$(7). \quad V_L = V_u + \text{Beneficio fiscal}$$

Para Modigliani y Miller (1958), a medida que aumenta la deuda en la estructura de financiamiento de la empresa, su valor de mercado crece, por lo que consideran el costo de la deuda ( $K_d$ ) como constante.

Según Hamada (1972), desde las teorías de Modigliani, Sharpe y Miller se podría interpretar que:

$$(8). \quad r_f + (rm - r_f) \cdot \beta_l = k_u + \left[ (k_u - r_f) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E} \right]$$

Y teniendo en cuenta que el CAPM con la Beta desapalancada ( $\beta_u$ ) sería igual a:

$$(9). \quad r_f + (rm - r_f) \cdot \beta_u$$

Y que el CAPM con la Beta desapalancada ( $\beta_u$ ) sería igual a ( $K_u$ ), entonces:

$$(10). \quad r_f + (rm - r_f) \cdot \beta_l = (r_f + (rm - r_f) \cdot \beta_u) + \left[ \left( (r_f + (rm - r_f) \cdot \beta_u) - r_f \right) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E} \right]$$

$$(11). \quad (rm - r_f) \cdot \beta_l = (rm - r_f) \cdot \beta_u + \left[ \left( (rm - r_f) \cdot \beta_u \right) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E} \right]$$

Donde al simplificar la ecuación anterior encontramos que:

$$(12). \quad \beta_l = \frac{(rm - r_f) \cdot \beta_u + ((rm - r_f) \cdot \beta_u) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E}}{(rm - r_f)}$$

$$(13). \quad \beta_l = \frac{(rm - r_f) \cdot \beta_u}{(rm - r_f)} + \frac{((rm - r_f) \cdot \beta_u) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E}}{(rm - r_f)}$$

$$(14). \quad \beta_l = \frac{\cancel{(rm - r_f)} \cdot \beta_u}{\cancel{(rm - r_f)}} + \frac{(\cancel{(rm - r_f)} \cdot \beta_u) \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E}}{\cancel{(rm - r_f)}}$$

$$(15). \quad \beta_l = \beta_u + \left( \beta_u \cdot (1 - T) \cdot \frac{D}{E} \right)$$

Y a partir de la factorización de la anterior ecuación se encuentra la beta apalancada ( $\beta_l$ ) calculada en función de la beta sin apalancamiento ( $\beta_u$ ) y la relación de Deuda-Capital (D/E):

$$(16). \quad \beta_l = \beta_u \cdot \left[ 1 + \left( (1 - T) \cdot \frac{D}{E} \right) \right]$$

Donde T es igual a la tasa de impuestos o “Taxes”, y D/E la relación de Deuda-Capital.

Martínez, Ledesma y Russo (2013), afirman que “Ante esto puede decirse en principio que beta depende, entre otras cosas, del grado de apalancamiento financiero de la empresa. A medida que las empresas toman deuda, tienen mayores costos en concepto de pago de intereses, los cuales aumentan la variabilidad de sus ingresos y, en consecuencia, aumenta la beta”.

Si se reformula ( $\beta_u$ ) en función de ( $\beta_l$ ) y la relación de Deuda-Capital (D/E), el planteamiento será:

$$(17). \beta_u = \frac{\beta_l}{\left[1 + \left((1 - T) \cdot \frac{D}{E}\right)\right]}$$

Martínez, Ledesma y Russo (2013), señalan que “...existe una serie de supuestos que no necesariamente se presentan en la realidad, como por ejemplo: conforme aumenta el monto de la deuda con relación al capital de la empresa, los costos de su financiamiento en los mercados financieros se incrementan. Esto puede ocasionar, entre otras cosas: Tasas de interés elevadas, y falta de financiamiento para diversos proyectos (lo cual disminuye la capacidad de crecimiento de la empresa), pérdida de proveedores (por temor a un eventual incumplimiento en los pagos por parte de la firma), y liquidación de activos productivos para cubrir flujos de deuda”.

Vale aclarar que este modelo CAPM y su cálculo desarrollado a partir de las teorías clásicas de Sharpe, Markowitz con los ajustes de Modigliani y Miller, son aplicados en empresas que cotizan en bolsa, y que se vuelven más complejo en firmas que no lo hagan puesto que hay unos riesgos adicionales que no son considerados. Vélez-Pareja (2002) establece que se debe definir si en la valoración de las firmas que no se transan en bolsa los flujos de caja con riesgo deben ser evaluados con el riesgo total o con el riesgo sistemático incluido en la tasa de descuento”.

Vélez-Pareja (2002), dice que “Existe abundante evidencia de que las firmas que no se transan en bolsa (en particular las pequeñas empresas) tienen un riesgo adicional que debe ser considerado. Para mencionar sólo un par de estudios, citamos a McMahon and Stanger (1995) y a Heaton (1998). McMahon y Stanger (1995) dicen que la función objetivo desde el punto de vista financiero de las pequeñas empresas debe ser redefinida teniendo en cuenta varias dimensiones o variables: rentabilidad, riesgo, liquidez, diversificación, transferibilidad, flexibilidad, control y rendición de cuentas (accountability). Ellos reconocen que cierta rentabilidad puede ser pecuniaria y otra parte de esa rentabilidad puede ser no pecuniaria”.

### CAPM Multifactorial:

Según Álvarez, et al. (2004), "...el modelo CAPM desarrollado por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) asume que el único riesgo que debe enfrentar el inversionista es el de la incertidumbre sobre el precio futuro de un activo en el cual desea invertir. Sin embargo, los activos están expuestos a otros riesgos que pueden poner en peligro los recursos del inversionista y que pueden afectar sus posibilidades de consumo futuro". Fabotzzi, et al. (1996) citado por Álvarez, et al. (2004) dice que "Tres ejemplos de estos, serían los riesgos asociados con los ingresos futuros del trabajo, los precios futuros relativos a los bienes de consumo y las oportunidades de inversión futuras".

Según Álvarez, et al. (2004), "Robert Merton (1973) reconociendo que existen otros riesgos que deben enfrentar los inversionistas, amplió el modelo CAPM para explicar a los consumidores como derivar sus consumos en su tiempo de vida óptimamente cuando se deben enfrentar a las otras fuentes de riesgos. Este modelo fue denominado el CAPM multifactorial porque, a diferencia del modelo original, incorpora otros factores (adicionales al mercado) que generan riesgos sobre una inversión o también se le conoce como el CAPM inter-temporal. Este modelo se presenta en forma de prima de riesgo a través de la siguiente ecuación":

$$(18). \quad E(r_p) = \beta_{pm} E(r_m) + \beta_{pF1} E(r_{F1}) + \beta_{pF2} E(r_{F2}) + \dots + \beta_{pFK} E(r_{FK})$$

Donde  $K$  es el número de fuentes de riesgo adicionales al de mercado,  $\beta_{pfk}$  es la beta de la última fuente de riesgo  $K$ -ésima,  $E(r_{fk})$  es la prima de riesgo de la última fuente de riesgo  $K$ -ésima (Rendimiento del mercado menos tasa libre de riesgo).

Definidas las variables se tendría como CAPM multifactor que:

$$(19). \quad K_e = R_f + E(r_p)$$

Donde según el modelo clásico de Sharpe,  $K_e$  será el costo de capital,  $R_f$  la tasa libre de riesgo y  $E(r_p)$  la prima de riesgo total derivada del modelo multifactor.

Belén Nieto (2001), argumenta que “... los modelos de múltiples betas no sólo surgen como consecuencia de la consideración de factores de riesgo adicionales al mercado basados en argumentos de arbitraje, en un contexto estático. Otro fundamento que origina modelos de factores múltiples se encuentra en el ámbito inter-temporal. En los modelos inter-temporales los nuevos factores se basan en argumentos de equilibrio y surgen para captar las variaciones en el tiempo en las oportunidades de inversión, que provocan que los individuos estén expuestos a una serie de riesgos que no aparecen en un entorno estático”.

En Álvarez, et al. (2004), afirma que “Este modelo plantea que los inversionistas buscan ser remunerados por el riesgo que tengan que asumir con cada fuente de riesgo adicional a las de mercado. En el caso de que no existieran otras fuentes de riesgo distintas a las de mercado el modelo se reduciría al CAPM. Mientras que en el modelo CAPM los inversionistas cubren la incertidumbre asociada con los precios de los activos a futuro a través de la diversificación, en el CAPM multifactor, los inversionistas además de invertir en la cartera de mercado buscan cubrir los riesgos que se pueden generar por factores adicionales al mercado”.

#### *Modelo de Valoración de precios a través del arbitraje (APT):*

Stephen Ross en 1976, tratando de superar algunos de los problemas teóricos que genera el CAPM, plantea el modelo Valoración de Activos a través del Arbitraje de Precios, conocido generalmente por sus siglas en inglés como el modelo APT (Arbitrage Pricing Theory) (Álvarez, et al., 2004).

Kristjanpoller y Morales en su publicación “*Teoría de la asignación del precio por arbitraje aplicada al mercado accionario chileno*” para la revista Lecturas de Economía de la Universidad de Antioquia en el año 2011, afirman que “La Teoría de Precios por Arbitraje (APT), presentada en Ross (1976) es consistente con la tradición neoclásica y asume que los mercados son perfectamente competitivos y con ausencia de distorsiones. Establece que los inversionistas tienen creencias homogéneas con relación al proceso estocástico generador de retornos, el cual sería lineal y gobernado por factores comunes a todos los activos y que las oportunidades de arbitraje se producen cuando es posible obtener una ganancia sin aumentar el riesgo y los recursos destinados a ello.

Roll y Ross (1980) en una investigación empírica de la teoría, que usa datos para activos individuales del periodo 1962 a 1972, encontraron que al menos tres y probablemente cuatro factores intervienen en el proceso generador de retornos en forma estadísticamente relevante (Kristjanpoller y Morales, 2011).

Este modelo, a diferencia del CAPM, considera la posibilidad de existencia de varios tipos de riesgo sistemático, y que la rentabilidad de un activo está influenciada por una serie de factores, unos anticipables (y que, en un mercado eficiente, estarían recogidos en el precio), y otros no anticipables, donde el inversionista conocería los factores de riesgo sistemático y la sensibilidad de cada activo a dichos factores, pero no la dirección futura de los mismos. Lo cual se puede plantear con la siguiente ecuación (Álvarez, et al., 2004):

$$(20). \quad R_{it} = E(R_i) + \beta_{1i}F_{1t} + \beta_{2i}F_{2t} + \dots + \beta_{ki}F_{kt} + \varepsilon_{it}$$

Donde:

$R_{it}$  = Es la rentabilidad del activo i en el momento t

$E(R_i)$  = Es el rendimiento esperado de un activo i

$F_{jt}$  = Valor del factor de riesgo sistemático j en el momento t.

$\beta_{ji}$  = Sensibilidad del activo i al factor j.

La teoría no define los factores a considerar en el modelo, existen tres métodos para determinarlos, Roll y Ross (1980) y Chen (1983) utilizan el análisis factorial para, mediante la matriz de covarianza de los retornos de los títulos, determinar la matriz de los coeficientes de sensibilidad. Un segundo método es el de variables macroeconómicas, Burmeister y McElroy (1988), en que se eligen ex-ante los factores, para con ellos estimar los coeficientes de sensibilidad. Por último la tercera alternativa es el de características de las firmas (Chen, 1983), que usa factores regulares presentes en los retornos, por ejemplo el tamaño, para la estimación de los coeficientes de sensibilidad (Kristjanpoller y Morales, 2011).

Álvarez, et al., (2004), se concluye “...si comparamos el modelo APT con el modelo CAPM multifactor, podríamos concluir que son muy similares, pues ambos plantean que los inversionistas deben ser recompensados tanto por aceptar el riesgo sistemático como el riesgo no sistemático. Sin embargo, el CAPM multifactor establece que uno de los riesgos sistemáticos es el riesgo de mercado, mientras que el modelo APT no lo hace”.

Las dificultades que se presentan con el APT para su estimación se originan en el hecho de que es un modelo de expectativas racionales, las cuales no son directamente observables. Y al igual que se hace con el CAPM el problema se resuelve introduciendo expectativas adaptativas, con lo que el modelo puede estimarse con datos del pasado (Álvarez, et al., 2004).

### 1.4.3 Marco Contextual

El desarrollo de modelos de valoración de activos, tiene como eje principal su aplicación en mercados bursátiles, y sobre todo en mercados desarrollados donde la información está disponible, accesible y previsible en un rango histórico considerable, para aplicar de manera efectiva los diferentes cálculos econométricos de los que se provee cada modelo. Para entrar en contexto se debe comenzar haciendo la diferencia entre lo que es un mercado emergente y un mercado desarrollado.

Mercados Desarrollados y Emergentes:

Según el portal web El Economista en su artículo “*¿Quiénes son los mercados desarrollados, emergentes y frontera?*” en el año 2011, La clasificación en uno u otro se basa en el desarrollo económico, tamaño y liquidez del mercado de capitales y el nivel de acceso para el inversionistas extranjero. Según el mismo artículo, el especialista de Saxo Bank, Gustavo Neffa, dio a conocer las diferencias entre la clasificación de países y regiones que utiliza Morgan Stanley Capital International (MSCI) para elaborar sus índices de renta variable internacional y que suele utilizar la industria financiera como referencia en materia de desempeño para fondos comunes o para la composición de diversos ETF’s.

Según el portal, Morgan Stanley diferencia tres clases de mercados:

a). Mercados Desarrollados: Los desarrollados están conformados por acciones de 24 estados miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y representados en el índice MSCI World Index.

Tres países asiáticos se encuentran clasificados dentro de este grupo (Japón, Hong Kong y Singapur), dos del continente americano (Estados Unidos y Canadá), dos de Oceanía (Australia y Nueva Zelanda) y uno de Medio Oriente (Israel). El resto son todos europeos.

El Lic. Yanelis González García Lic. Aymée Rodríguez Arada Universidad de Oriente Santiago de Cuba en el año 2008, define un país desarrollado como “... aquel que es capaz de forma cotidiana y sistemática, de generalizar los últimos adelantos de la

ciencia y la técnica y, por tanto, es capaz de convertir la ciencia en fuerza productiva directa”.

b). Mercados Emergentes: Los mercados emergentes están conformados por acciones de 21 estados en vías de desarrollo entre los que se encuentran Brasil, Chile, Colombia, México, Perú, República Checa, Egipto, Hungría, Marruecos, Polonia, Rusia, Sudáfrica, Turquía, China, India, Indonesia, Corea del Sur, Malasia, Filipinas, Taiwán y Tailandia.

Standard & Poor's define el término mercados emergentes como un mercado de acciones que está en transición, aumentando de tamaño, actividad y nivel de sofisticación.

c). Mercados de Frontera: Los de frontera agrupan a los papeles de 26 estados que no alcanzan la calificación anterior. Entre sus principales miembros se encuentran la Argentina, Trinidad y Tobago, Bulgaria, Croacia, Estonia, Lituania, Kazajstán, Rumania, Serbia, Eslovenia, Ucrania, Kenia, Mauritania, Nigeria, Túnez, Bahrein, Jordania, Kuwait, Líbano, Omán, Qatar, Emiratos Árabes Unidos, Bangladesh, Pakistán, Sri Lanka y Vietnam.

Según el mismo artículo, hay cuatro naciones que pronto serán parte de esta categoría pero que, por ahora, no participan de su rendimiento (Bosnia Herzegovina, Botswana, Ghana y Jamaica).

Las bases teóricas de los modelos de valoración de activos fueron desarrollados por economistas norteamericanos como William Sharpe, y Harry Markowitz, por lo que sus investigaciones fueron realizadas sobre su mercado local (Estados Unidos), aprovechando la historia de este mercado y la profundidad del mismo, lo que hace de las bolsas norteamericanas, y las principales bolsas del mundo escenarios perfectos para la aplicación de estos modelos, y por otro lado hace necesario que se hagan ajustes a mercados emergentes como las bolsas latinoamericanas.

Vélez Pareja (2002), afirma que “... el mercado de valores de los Estados Unidos es casi perfecto para las empresas que se negocian en bolsa”. y a continuación Vélez Pareja (2002), en la misma publicación muestra el número de empresas que se negociaban en las principales bolsas de valores en diciembre de 2002:

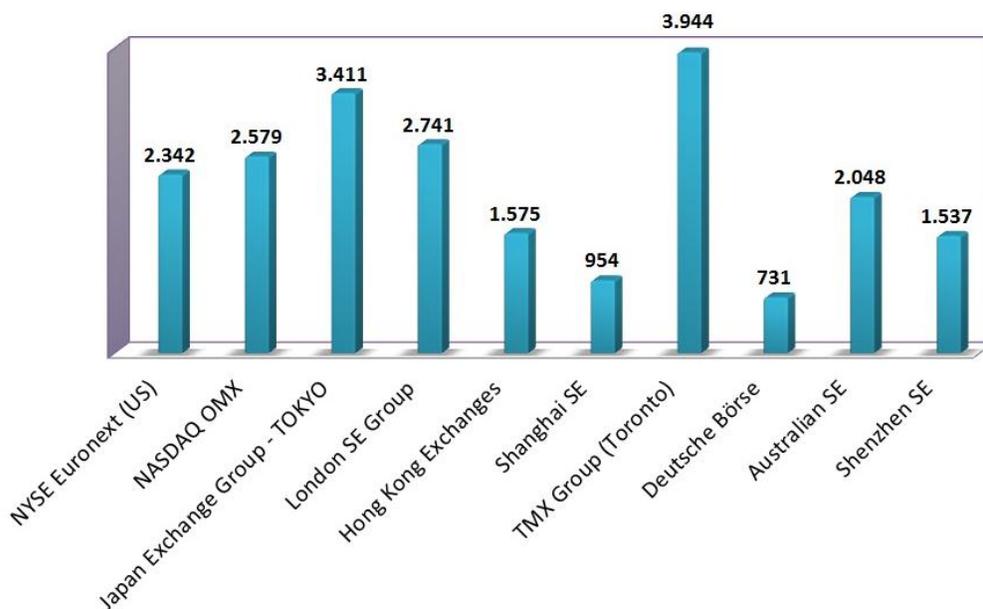
**Tabla 1.** “Número de empresas registradas en las bolsas de valores de Estados Unidos”

<b>BOLSA</b>	<b>NÚMERO DE FIRMAS</b>
NYSE	2800
NASDAQ	3910
AMEX	800
<b>Total</b>	<b>7510</b>

(Pareja, I. V., 2002, p.47)

A continuación se listan al Julio de 2013, las principales bolsa de valores del mundo y el número de empresas que cotizan en cada una:

**Grafico 3.** “Número de empresas que cotizan en bolsa en las principales Bolsas de Valores del Mundo al mes de Julio de Año 2013”.



Daza Ramírez J. (2013). “Las diez principales Bolsas de Valores en el Mundo”. Recuperado el 1 de Junio de 2015 en: <http://www.emprendices.co/las-diez-principales-bolsas-de-valores-en-el-mundo/>

En el reporte del banco mundial del año 2013 “Compañías nacionales que cotizan en bolsa” (Ver Anexo 1), se da detalle del número de empresas que cotizan en bolsa de cada país, o grupo de países, desde el año 2006 hasta el año 2012, donde se puede identificar la profundidad de los mercados, y específicamente examinar a Colombia que durante el 2012

reportó 76 emisores en la bolsa de valores local en comparación con 4102 firmas de estados unidos reportadas como emisores del mercado bursátil.

Pareja (2002), dice que “se debe reconocer que en los países en desarrollo las empresas que no se negocian en bolsa y probablemente la mayoría de las firmas que no se transan en bolsa en los países desarrollados son inconsistentes con el CAPM; es decir, el CAPM es inconsistente con esas firmas”, además añade en la misma publicación que “...las pequeñas y medianas empresas (PYMES) son un porcentaje substancial de la economía de los EE.UU. y de los países en desarrollo. Sin embargo, la carencia de información impone restricciones para el acceso de estas firmas a los recursos de financiación a través de acciones. Por eso, se deben ofrecer alternativas para calcular el costo del patrimonio, dado que los métodos populares y bien conocidos como el Capital Asset Pricing Model, CAPM, no son válidos en el contexto de las empresas que no se negocian en bolsa (la mayoría de ellas PYMES). Esta afirmación se refuerza con lo presentado por Vélez - Pareja (2000) y lo encontrado en el caso de la firma que utilizamos como ejemplo en este trabajo: la prima de riesgo de mercado es con frecuencia negativa”.

## **1.5 MODELO METODOLÓGICO:**

### **1.5.1 Tipo y enfoque de la Investigación**

El tipo de investigación es Exploratoria con enfoque cuantitativo, la cual pretende validar la aplicación del modelo CAPM a los títulos de las cinco empresas con mayor capitalización bursátil de la bolsa de valores de Colombia teniendo en cuenta que los supuestos teóricos del modelo se basan en un mercado perfecto.

### **1.5.2 Metodología y Tratamiento de la Información**

En la presente investigación se estableció un método inductivo a través del cual se consultaran los precios de cierre diarios a las cinco empresas con mayor capitalización bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia, los rendimientos del COLCAP y las tasas anualizadas de los TES entre los años 2010 y 2014, toda esta información se tabularan en una hoja calculo y se procederá a calcular las Betas de Mercado para cada título

elegido respecto al COLCAP y los rendimientos tabulados de los TES. Una vez calculados los rendimientos de los TES, y los Betas, se procederá a calcular el costo de Patrimonio ( $K_e$ ) para cada título elegido en cada año desde el año 2010 y hasta el año 2014 y validar los resultados según la realidad del mercado.

AÑO	EMPRESA	$R_f$	$\beta$	$R_m$	$K_e$

### 1.5.3 Población y Muestra

Las cinco empresas con mayor capitalización bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia durante el año 2010:

- Ecopetrol S.A.
- Grupo Aval Acciones y Valores S.A.
- Bancolombia S.A.
- Grupo Inversiones Suramericana
- Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.

## 2. EJECUCIÓN DEL PROYECTO

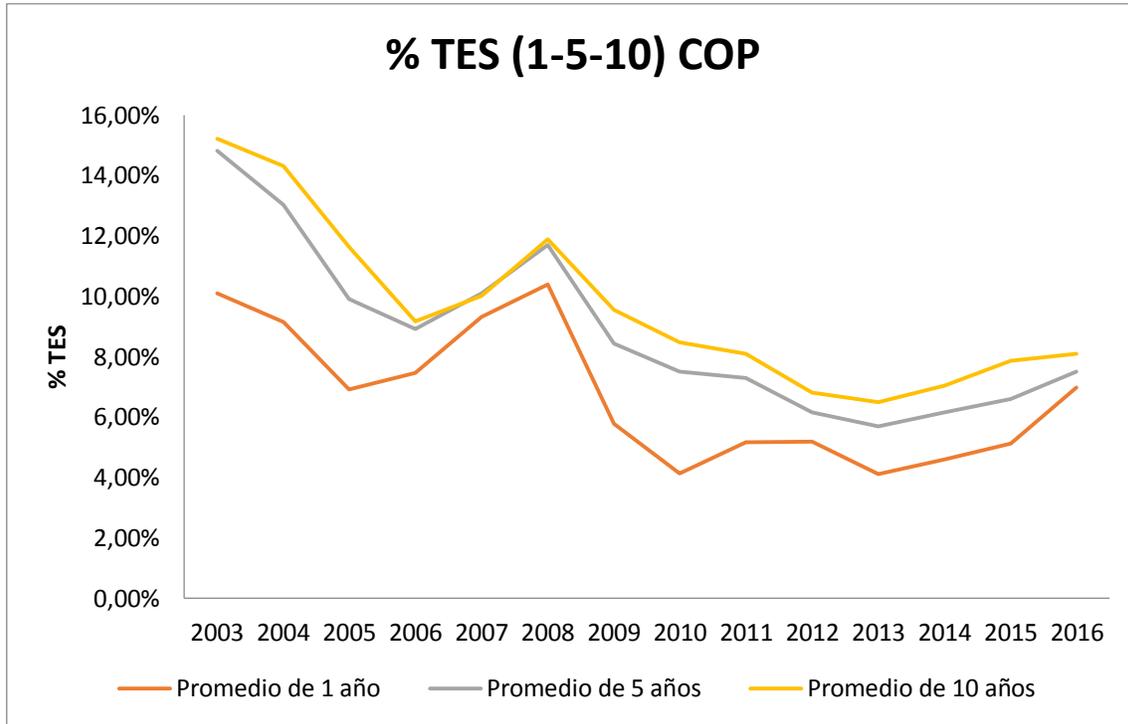
En orden a los objetivos planteados por la investigación, se consultaron Tasas Cero Cupón a término de títulos de deuda pública doméstica (TES) en Colombia desde el año 2003 hasta el año 2016, y se sacaron los promedios anualizados según las variaciones mensuales de los títulos a uno (1), cinco (5) y diez (10) años, con lo cual se obtienen unas tasas libres de riesgo equivalente a las tasas de los “Bonos del Tesoro de EEUU (T-Bonds)” utilizados dentro del planteamiento original de modelo CAPM en países desarrollados.

**Tabla 2.** “Promedio Tasas Cero Cupón a término de títulos de deuda pública doméstica (TES) en Colombia desde el año 2003 hasta el año 2016”

<b>TES (1-5-10) PESOS</b>			
<b>AÑO</b>	<b>Promedio de 1 año</b>	<b>Promedio de 5 años</b>	<b>Promedio de 10 años</b>
2003	10,10%	14,82%	15,23%
2004	9,16%	13,04%	14,33%
2005	6,92%	9,91%	11,65%
2006	7,47%	8,91%	9,18%
2007	9,32%	10,10%	10,02%
2008	10,39%	11,70%	11,90%
2009	5,78%	8,44%	9,56%
2010	4,13%	7,50%	8,48%
2011	5,18%	7,29%	8,10%
2012	5,20%	6,17%	6,82%
2013	4,11%	5,71%	6,50%
2014	4,60%	6,15%	7,06%
2015	5,12%	6,59%	7,87%
2016	6,98%	7,50%	8,10%
<b>PROMEDIO ANUAL</b>	<b>6,74%</b>	<b>8,87%</b>	<b>9,66%</b>

**Nota.** Fuente: SEN y MEC, con cálculos Banco de la República. \* Las tasas cero cupón son calculadas a partir de la información de los precios de mercado de los TES en pesos, utilizando el modelo de Nelson & Siegel. *Banco de la Republica (2016). “Tasa cero cupón pesos”*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2016 en: <http://www.banrep.gov.co/es/tes>

**Grafico 4.** “Promedio Tasas Cero Cupón a término de títulos de deuda pública doméstica (TES) en Colombia desde el año 2003 hasta el año 2016”.



Fuente: construcción propia.

Después de obtener el histórico de las tasas libres de riesgo para el mercado colombiano a través de la variación de las tasas de los TES, se procede a consultar los precios de cierre diarios de los títulos de renta variable (Ver Anexo 2), en un rango histórico desde el año 2010 hasta el año 2014 desde el portal de la Bolsa de valores de Colombia (BVC).

Los títulos elegidos para la validación del costo de patrimonio ( $K_e$ ) a través del modelo CAPM son:

- Ecopetrol S.A. (ECOPETROL)
- Grupo Aval Acciones y Valores S.A. (GRUPOAVAL)
- Bancolombia S.A. (BCOLOMBIA)
- Grupo Inversiones Suramericana (GRUPOSURA)
- Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P. (EEB)

A su vez, se utiliza como referente al “Rendimiento del mercado (Rm)” las variaciones diarias del índice COLCAP (Ver Anexo 2), que según el Banco de la Republica (2016) refleja las variaciones de los precios de las veinte (20) acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), donde el valor de la Capitalización Bursátil Ajustada de cada compañía determina su nivel de ponderación, por lo que se considera apto para el análisis ya que los títulos elegidos pertenecen a las cinco (5) empresas con mayor capitalización bursátil para el año 2010.

Con estas variaciones diarias del COLCAP se calcula el rendimiento anualizado por cada año del rango histórico, y luego se calculan las Betas de mercado a partir de la Covarianza de cada título respecto al COLCAP, y la varianza misma de este índice.

**Tabla 3.** “*Tasas de Rendimiento diario y anual COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014*”

AÑO	Rendimiento Diario COLCAP	Rendimiento ANUAL COLCAP
2010	0,1116%	32,45%
2011	-0,0543%	-12,78%
2012	0,0617%	16,81%
2013	-0,0540%	-12,74%
2014	-0,0245%	-6,00%

**Tabla 4.** “*Varianza de COLCAP, Varianza de Títulos del mercado Colombiano, y Covarianzas Títulos versus COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014*”

ítem	COLCAP	ECOPETROL	GRUPOAVAL	BCOLOMBIA	GRUPOSURA	EEB
VARIANZA	0,000084	0,000227	0,000185	0,000203	0,000199	0,000420
COVARIANZA		0,000063	0,000025	0,000039	0,000052	0,000020

En el modelo CAPM, el Beta de mercado ( $\beta$ ) se calcularía así:

$$(24) \quad \beta = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Covarianza con el mercado.} \\ \longrightarrow \text{Varianza del mercado.} \end{array}$$

Por lo que las Betas de mercado calculadas para cada título, se presentan en la Tabla 5:

**Tabla 5.** “Beta ( $\beta$ ) de Títulos del mercado Colombiano versus COLCAP desde el año 2010 hasta el año 2014”

ítem	COLCAP	ECOPETROL	GRUPOAVAL	BCOLOMBIA	GRUPOSURA	EEB
<b><math>\beta</math> (Beta de Mercado)</b>		0,74	0,29	0,46	0,62	0,23

Se observa entonces a partir de este análisis como el Beta ( $\beta$ ) de Ecopetrol es, de estos títulos, el más cercano a 1, debido a que esta compañía representa para estos periodos, entre los años 2010 y 2014 era de las más liquidas y con mayor participación por su capitalización Bursátil.

En este momento no hay problemas con la aplicación de esta variable del modelo, ya que se puede observar cómo se mueve cada título respecto a las variaciones del mercado, o índice que los representa, pero se calculará el Beta ( $\beta$ ) para cada año, y así aplicar al modelo de la investigación, calculando el costo de patrimonio, según el CAPM.

**Tabla 6.** “Varianzas COLCAP y Varianzas Títulos por año desde 2010 hasta 2014”

AÑO	Varianza COLCAP	Varianza ECOPETROL	Varianza GRUPOAVAL	Varianza BCOLOMBIA	Varianza GRUPOSURA	Varianza EEB
2010	0,00009393	0,00019384	0,00026888	0,00019144	0,00018418	0,00013260
2011	0,00010905	0,00018194	0,00025278	0,00029330	0,00026700	0,00140527
2012	0,00007182	0,00019597	0,00016638	0,00018024	0,00018207	0,00019236
2013	0,00006126	0,00022118	0,00008040	0,00016197	0,00015064	0,00015368
2014	0,00008338	0,00032840	0,00014377	0,00018346	0,00020577	0,00020155
<b>Total</b>	0,00008439	0,00022687	0,00018484	0,00020271	0,00019886	0,00041998

En la Tabla 6, se condensaron los cálculos de la Varianza del COLCAP, como mercado de referencia y de los títulos elegidos para la investigación. Utilizamos entonces la varianza de COLCAP para calcular las Betas ( $\beta$ ) de cada activo, y las varianzas de cada activo para hallar el riesgo de cada uno.

**Tabla 7.** “Covarianzas Títulos versus COLCAP por año desde 2010 hasta 2014”

AÑO	Covarianza ECOPETROL	Covarianza GRUPOAVAL	Covarianza BCOLOMBIA	Covarianza GRUPOSURA	Covarianza EEB
2010	0,00001163	0,00001842	0,00000924	0,00002238	0,00000284
2011	0,00001991	0,00000047	(0,00000080)	0,00000524	0,00000098
2012	0,00008508	0,00004032	0,00006479	0,00007918	0,00001721
2013	0,00008243	0,00001998	0,00005034	0,00005477	0,00003795
2014	0,00011117	0,00004024	0,00007089	0,00009739	0,00003725
<b>Total</b>	0,00006283	0,00002468	0,00003914	0,00005224	0,00001965

En la Tabla 7, se calcularon las Covarianzas de cada título respecto al COLCAP, para ayudar a determinar las Betas de mercado ( $\beta$ ), mediante la relación entre la covarianza del título con el mercado y la varianza del COLCAP, calculada en la Tabla 6.

**Tabla 8.** “Betas de mercado ( $\beta$ ) de Títulos versus COLCAP por año desde 2010 hasta 2014”

AÑO	$\beta$ ECOPETROL	$\beta$ GRUPOAVAL	$\beta$ BCOLOMBIA	$\beta$ GRUPOSURA	$\beta$ *EEB
2010	0,12	0,20	0,10	0,24	0,03
2011	0,18	0,00	-0,01	0,05	0,01
2012	1,18	0,56	0,90	1,10	0,24
2013	1,35	0,33	0,82	0,89	0,62
2014	1,33	0,48	0,85	1,17	0,45
<b>Total</b>	0,74	0,29	0,46	0,62	0,23

En la Tabla 8, se condensan los resultados de las betas de mercado calculadas ( $\beta$ ) para cada título entre los años 2010 y 2014, y que arroja unos resultados positivos en su mayoría, es decir con relaciones directas, pero una beta negativa para el título de Bancolombia S.A. durante el año 2011, lo cual desde este punto podría indicar una de las alteraciones al modelo, hablando específicamente de la utilización de betas de mercado negativas.

**Tabla 9.** “Cálculo del Costo de Patrimonio para Títulos del mercado Colombiano a través del modelo CAPM por año desde el 2010 hasta el 2014”

AÑO	TITULO	Rf	$\beta$	Rm	Ke
2010	Bancolombia S.A.	4,13%	0,10	32,45%	6,91%
2010	Ecopetrol S.A.	4,13%	0,12	32,45%	7,63%
2010	Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.	4,13%	0,03	32,45%	4,98%
2010	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	4,13%	0,20	32,45%	9,68%
2010	Grupo Inversiones Suramericana	4,13%	0,24	32,45%	10,88%
2011	Bancolombia S.A.	5,18%	-0,01	-12,78%	5,31%
2011	Ecopetrol S.A.	5,18%	0,18	-12,78%	1,90%
2011	Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.	5,18%	0,01	-12,78%	5,02%
2011	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	5,18%	0,00	-12,78%	5,10%
2011	Grupo Inversiones Suramericana	5,18%	0,05	-12,78%	4,32%
2012	Bancolombia S.A.	5,20%	0,90	16,81%	15,67%
2012	Ecopetrol S.A.	5,20%	1,18	16,81%	18,95%
2012	Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.	5,20%	0,24	16,81%	7,98%
2012	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	5,20%	0,56	16,81%	11,72%
2012	Grupo Inversiones Suramericana	5,20%	1,10	16,81%	18,00%
2013	Bancolombia S.A.	4,11%	0,82	-12,74%	-9,73%
2013	Ecopetrol S.A.	4,11%	1,35	-12,74%	-18,56%
2013	Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.	4,11%	0,62	-12,74%	-6,32%
2013	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	4,11%	0,33	-12,74%	-1,38%
2013	Grupo Inversiones Suramericana	4,11%	0,89	-12,74%	-10,95%
2014	Bancolombia S.A.	4,60%	0,85	-6,00%	-4,41%
2014	Ecopetrol S.A.	4,60%	1,33	-6,00%	-9,53%
2014	Empresa de Energía de Bogotá s.a. E.S.P.	4,60%	0,45	-6,00%	-0,13%
2014	Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	4,60%	0,48	-6,00%	-0,51%
2014	Grupo Inversiones Suramericana	4,60%	1,17	-6,00%	-7,78%

En la Tabla 9 se recopila toda la información en donde se determinó en costo de capital (Ke) para cada título seleccionado entre los años 2010 y 2014 mediante el modelo CAPM. En esta tabla 9 se encuentran dos (2) alteraciones importantes que corresponden a la existencia de una beta de mercado ( $\beta$ ) negativa (Título Bancolombia año 2011), y un rendimiento de mercado (Rm) negativo (calculado con base en el rendimiento del COLCAP), que se presentó en todos los años del horizonte de tiempo investigado a excepción de los años 2010 y 2012. Estas alteraciones hicieron que el CAPM arrojara como resultado unos costos de patrimonio (Ke) inferiores a la tasa libre de riesgo (Rf), y hasta con valores negativos en los resultados de los años 2013 y 2014.

**Tabla 10.** “Comparación entre el Costo de Patrimonio ( $K_e$ ) calculado por CAPM, la rentabilidad sobre el patrimonio (ROE), y la rentabilidad de los Títulos del mercado Colombiano desde el año 2010 hasta el 2014”

AÑO	EMPRESA (nemotécnico)	Rf	$K_e$	*Utilidad Neta	*Patrimonio Neto	ROE	Rendimien to Titulo en BVC
2010	BCOLOMBIA	4,13%	6,91%	1.436.494	7.947.140	18,08%	29,27%
2010	ECOPETROL	4,13%	7,63%	8.346.097	41.527.876	20,10%	64,33%
2010	EEB	4,13%	4,98%	2.361	7.110.759	0,03%	45,44%
2010	GRUPOAVAL	4,13%	9,68%	464.280	5.848.533	7,94%	122,51%
2010	GRUPOSURA	4,13%	10,88%	686.677	17.916.799	3,83%	49,92%
2011	BCOLOMBIA	5,18%	5,31%	1.663.894	8.993.360	18,50%	-3,43%
2011	ECOPETROL	5,18%	1,90%	15.448.333	55.011.038	28,08%	2,78%
2011	EEB	5,18%	5,02%	305.294	8.313.951	3,67%	-32,45%
2011	GRUPOAVAL	5,18%	5,10%	667.562	16.178.370	4,13%	-26,29%
2011	GRUPOSURA	5,18%	4,32%	332.735	21.590.398	1,54%	-16,90%
2012	BCOLOMBIA	5,20%	15,67%	1.702.046	11.606.955	14,66%	5,36%
2012	ECOPETROL	5,20%	18,95%	14.972.950	65.258.512	22,94%	29,68%
2012	EEB	5,20%	7,98%	690.701	8.994.660	7,68%	8,12%
2012	GRUPOAVAL	5,20%	11,72%	802.398	17.530.307	4,58%	3,21%
2012	GRUPOSURA	5,20%	18,00%	546.100	20.791.860	2,63%	22,29%
2013	BCOLOMBIA	4,11%	-9,73%	1.515.127	12.492.847	12,13%	-20,60%
2013	ECOPETROL	4,11%	-18,56%	13.352.986	71.794.525	18,60%	-32,23%
2013	EEB	4,11%	-6,32%	843.560	9.805.960	8,60%	20,87%
2013	GRUPOAVAL	4,11%	-1,38%	1.577.185	22.938.209	6,88%	0,39%
2013	GRUPOSURA	4,11%	-10,95%	782.666	20.207.077	3,87%	-11,32%
2014	BCOLOMBIA	4,60%	-4,41%	1.878.721	16.817.354	11,17%	16,04%
2014	ECOPETROL	4,60%	-9,53%	7.812.615	69.540.236	11,23%	-43,78%
2014	EEB	4,60%	-0,13%	980.855	8.599.274	11,41%	10,75%
2014	GRUPOAVAL	4,60%	-0,51%	2.268.550	26.430.231	8,58%	0,77%
2014	GRUPOSURA	4,60%	-7,78%	650.173	22.615.823	2,87%	18,69%

**Nota:** \*Cifras en (Cifras al cierre en millones de pesos) tomadas de los Estados Financieros Consolidados en el informe anual de cada título; A partir del año 2015 la compañía ECOPETROL solo reporta Estados Financieros Consolidados bajo metodología NIIF.

En la Tabla 10, se compara el costo de patrimonio ( $K_e$ ) calculado en la tabla 9, a través del modelo CAPM, con las Rentabilidad sobre el patrimonio (ROE) calculada mediante los datos proporcionados por los estados financieros, y el promedio de las rentabilidades anualizadas de cada título calculadas a partir de las variaciones diarias de cada título entre los años 2010 y 2014. Aquí se observa la poca relación entre las tres variables escogidas para el análisis:  $K_e$ , ROE y Rentabilidad del Título.

### 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 3.1 CONCLUSIONES:

En el cálculo del Costo de patrimonio ( $K_e$ ) mediante el modelo CAPM se encontró una Beta de mercado negativa correspondiente al título de Bancolombia en el año 2011, y un rendimiento de mercado negativo y generalizado en todos los años a excepción de 2010 y 2012; Ambas alteraciones, son una contravención al modelo CAPM que parte del supuesto principal en el cual la rentabilidad mínima del título debe ser la tasa libre de riesgo, a partir de la igualdad entre el Rendimiento del mercado ( $R_m$ ) y la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ), es decir, donde no exista una prima de mercado, y el problema es precisamente que este supuesto no considera un prima de mercado negativa, en donde el rendimiento del mercado ( $R_m$ ) esté por debajo de la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ). En la segunda parte del análisis, en la tabla 10, se comparó el costo de patrimonio ( $K_e$ ), anteriormente calculado, con el ROE y la rentabilidad del título en el mercado colombiano, de lo cual se observó que no había relación alguna entre las rentabilidades de los títulos dadas por el mercado, y la rentabilidad del patrimonio dada por la operación de las compañías analizadas, inclusive distaban mucho, ya sea por encima o por debajo, las rentabilidades de los resultados de  $K_e$  calculados mediante el modelo CAPM.

Se puede entonces concluir que:

- El modelo solo es aplicable en mercados perfectos, donde el rendimiento del mercado ( $R_m$ ) siempre esté por encima de la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ), o en resumidas cuentas que la prima de Mercado, siempre sea positiva, lo cual es un supuesto utópico en mercados de corto plazo donde el mercado puede ir a la baja.
- El costo de patrimonio ( $K_e$ ) arrojado por el cálculo del modelo CAPM no refleja la realidad de los riesgos asumidos por los activos para las empresas del mercado Colombiano y posiblemente para ningún mercado emergente, ya que los resultados de los cálculos distan y no se relacionan con la realidad y estructura de cada compañía en particular por más que pertenezcan a un mismo mercado.

### **3.2 RECOMENDACIONES:**

Se consideraría entonces que en los casos antes mencionados, donde la aplicación del modelo CAPM arroje un costo de patrimonio ( $K_e$ ) negativo, o menor a la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ), se tome directamente la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ) como el “Costo Mínimo estándar del patrimonio ( $K_{me}$ )”, es decir  $R_f = K_{me}$ , o se ajuste el modelo considerando otras variables como la prima por tamaño (Concepto documentado por primera vez por Banz en 1981), aunque habría que validar estos ajustes al modelo de la misma manera que se analizó el modelo básico con títulos pertenecientes a mercados emergentes.

También hay que tener en cuenta que actualmente el costo promedio ponderado de capital (WACC), se pondera a partir del Costo de patrimonio ( $K_e$ ) calculado por CAPM, y el Costo de la Deuda ( $K_d$ ) tomado de información contable, y que a través de esta tasa se descuentan a valor presente los flujos de caja libre para valorar empresas, lo que se considera a partir de esta investigación un error técnico, ya que el costo de patrimonio ( $K_e$ ) calculado por CAPM no refleja lo que se espera de retorno en función del riesgo, ya que las expectativas del activo en función de sus condiciones particulares, y de la estructura del negocio pueden ser muy diferentes, por lo que sería más ajustado trabajar costo de patrimonio ( $K_e$ ) en función de promedios históricos de la rentabilidad sobre el patrimonio (ROE).

## **REFERENCIAS**

- Álvarez, A. F. B. (2004). Evolución de la Teoría Económica de las Finanzas: una breve revisión. *Semestre económico*, 7(14), 105-127.
- ARELLANO, C., EDITH, P., CASTELO, V., CRISTINA, M., AMADOR, A., ANDRES, L., & ROMERO MONTOYA, M. E. (2007). Determinación de los riesgos financieros beta para las empresas ecuatorianas caso: inversanCarlos S.A.
- Baca Izquierdo, C., & Abad Morán, J. F. (2009). Diagnóstico Situacional y Propuestas de Mejora para el Área de Almacén y Compras de una Empresa de Servicios.
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of financial economics*, 9(1), 3-18.
- BERK, J., DEMARZO, P., & HARFORD, J. (2010). Fundamentos de finanzas empresariais.
- Bernal, C. (2006). Metodología de la Investigación. Editorial Pearson, 52-83.
- Botero Guzmán, D., & Vecino Arenas, C. E. (2015). ESTIMACIÓN DE LA PRIMA DE RIESGO HISTÓRICA EN LATINOAMÉRICA. *Revista PUENTE Científica*, 8(2).
- Castillo, P., & Lama, R. (1998). Evaluación de portafolio de inversionistas institucionales: fondos mutuos y fondos de pensiones. *Estudios Económicos*, 3, 1-38.
- Civil, I. (2011). Aproximación a las metodologías de estimación del costo de capital en los proyectos de inversión.
- Cruz Castro, C. H. (2012). Medición y análisis de un modelo para la determinación del costo de capital de las pymes del subsector de confección en Bogotá (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- Duarte Duarte, J. B., Ramírez León, Z. Y., & Sierra Suárez, K. J. (2013). Evaluation of the Company Size Effect on Latin American Stock Markets. *Ecos de Economía*, 17(37), 05-28.
- Duarte, J. B. D., León, Z. Y. R., & Pérez-Iñigo, J. M. M. (2013). Estudio del efecto tamaño en el mercado bursátil colombiano. The bi-annual academic publication of Universidad ESAN, 18(35), October-2013.

- Firacative Ropero, E. F. Aplicación del modelo CAPM para la valoración de acciones en el mercado integrado latinoamericano MILA (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- Gámez, S. G., & Otero, J. V. (2006). Factores condicionantes en la medición del riesgo soberano en los países emergentes. *Estudios de economía aplicada*, 24(1), 245-272.
- Gómez, J. C., Marhuenda, J., & Ruiz, F. J. M. (1993). La estructura de dependencia del precio de las acciones en la identificación de grupos estratégicos: aplicación al sector bancario español. *Institut Valencià d'Investigacions Econòmiques*.
- Jiménez, J. I. S., Rojas, F. S. R., & Galvis, H. J. O. (2014). LA PLANEACIÓN FINANCIERA: UN MODELO DE GESTIÓN EN LAS MIPYMES. *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*, 4(1).
- Kiyosaki, R. T., Lechter, S. L., & del Castillo, F. Á. (2001). Padre rico, padre pobre. *Time and Money*.
- Ladrón de Guevara Cortés, R., & Torra Porras, S. (2014). Estimación de la estructura subyacente de riesgo sistemático usando análisis de componentes principales y análisis factorial. *Contaduría y administración*, 59(3), 197-234.
- Marín Albarellos, L. (2014). Modelos de valoración de activos de capital.
- Martínez Valverde, J. C., & Alemany, M. (2014). Modelo Capm y Black-litterman para materias primas dentro de un contexto colombiano (Doctoral dissertation).
- Martínez, C. E., Ledesma, J. S., & Russo, A. O. (2014). Calculating beta models to apply in Capital Asset Pricing Model: The case of Argentina. *Estudios Gerenciales*, 30(131), 200-208
- Martínez, C. E., Ledesma, J. S., & Russo, A. O. (2013). Particularidades del Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM) en Mercados Emergentes. *Análisis financiero*, (121), 37-47.
- McMahan, R. G., & Stanger, A. M. (1995). Understanding the small enterprise financial objective function. *Entrepreneurship Theory and Practice*, 19, 21-40.
- Medina, L. Á. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de Economía*, 22(39), 129-168.

- Montejo, I. G. (2010). La prima de riesgo: ni tanta ni tan baja. *Bolsa: revista mensual de bolsas y mercados españoles*, (185), 38-46.
- Motta Forero, J. P. (2014). Validación del modelo CAPM en los mercados de valores de América Latina (2007-2012) y evaluación de otros modelos alternativos.
- Nieto, B. (2001). Los modelos multifactoriales de valoración de activos: un análisis empírico comparativo. *Working papers= Documentos de trabajo: Serie EC* (Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas), (19), 1.
- Nieto, B., & Rubio, G. (2002). El modelo de valoración con cartera de mercado: una nueva especificación del coeficiente beta. *Spanish Journal of Finance and Accounting/Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 31(113), 697-723.
- Pardo Barbosa, E. A., & Barajas Díaz, R. C. (2014). Plan estratégico de la red de afiliados de la cámara de comercio de Bucaramanga 2013-2018 (Doctoral dissertation).
- Pareja, I. V. (2002). Costo de capital para firmas no transadas en bolsa. *Academia. Revista Latinoamericana de Administración*, (29), 45-75.
- Pascale, R. (2006). Costo del capital en países emergentes. Montevideo, Uruguay.
- Pereiro, L., & Galli, M. (2000). La determinación del costo del capital en la valuación de empresas de capital cerrado: una guía práctica. Trabajo de investigación. Buenos Aires: Instituto Argentino de Ejecutivos de Finanzas y Universidad Torcuato Di Tella.
- Perilla Serrano, E. E. (2010). Aplica el modelo CAPM en el caso colombiano validación empírica y su pertenencia para Colombia.
- Rodríguez Díaz, K., & Ramírez Pabón, A. P. (2011). Costo de capital usando información de mercado vs. costo de capital usando información contable en países suramericanos.
- Rodríguez López, R., & Nieto, B. (2005). Modelos de valoración de activos condicionales: un panorama comparativo ilustrado con datos españoles.
- Romero-Meza, R. (2005). Medidas de riesgo financiero. *Revista Economía & Administración*, 149, 57-72.
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of economic theory*, 13(3), 341-360.

- Rueda-Barrios, G. E., González-Bueno, J. A., de Carátula, D., Merchán, P. A. M., Barrios, G. E. R., & Kilometro, A. P. Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga escuela de ciencias estratégicas grupo de investigación en administración, GIA grupo de investigación en contextos para administración de negocios internacionales, GRICANI.
- Salas Harms, H. (2003). La teoría de cartera y algunas consideraciones epistemológicas acerca de la teorización en las áreas económico-administrativas. *Contaduría y Administración*, (208).
- Sánchez, A. V. (2011). Estimación del Costo del Patrimonio y Costo del Capital por medio de tasas de rendimiento ajustadas al riesgo. *Investigación & Desarrollo*, 11, 118-135.
- Scaliti, M. El CAPM y su aplicación en mercados emergentes, sus variantes y modelos alternativos. Trabajo de grado de maestría: Universidad del CEMA, Buenos Aires, Argentina.
- Valderrama Gómez, S. (2014). Diseño de portafolios de inversión mediante el modelo de selección de Markowitz y el modelo CAPM.
- Van Horne, J. C., & Wachowicz, J. M. (2002). *Fundamentos de administración financiera*. Pearson Educación.
- Variantes, S., & Scaliti, M. A. *Maestría en Finanzas*.
- Vélez-Pareja, I. (2006). El Costo Promedio Ponderado de Capital (The Weighted Average Cost of Capital). Available at SSRN 882877.
- VERA, G. B., RESTREPO, C. A. G., & ROMO, J. C. O. (2010). Aplicación de las teorías de la firma: operacionalización del CAPM para empresas de Colombia y latinoamericanas.

## ANEXOS

**Anexo 1:** “Compañías nacionales que cotizan en bolsa”, Datos de Banco Mundial, recuperado el 07 de Mayo de 2015 en: <http://datos.bancomundial.org/indicador/CM.MKT.LDOM.NO/countries?display=default>

<b>COMPAÑÍAS NACIONALES QUE COTIZAN EN BOLSA - TOTAL</b>								
PAÍS	COD PAÍS	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Aruba	ABW							
Andorra	AND							
Afganistán	AFG							
Angola	AGO							
Albania	ALB							
El mundo árabe	ARB	1526	1435	1443	1410	1337	1334	1327
Emiratos Árabes Unidos	ARE	81	90	96	95	101	104	102
Argentina	ARG	103	107	101	101	101	99	101
Armenia	ARM	35	29	10	12	12	12	12
Samoa Americana	ASM							
Antigua y Barbuda	ATG							
Australia	AUS	1751	1913	1924	1882	1913	1922	1959
Austria	AUT	96	102	102	98	86	73	70
Azerbaiyán	AZE							
Burundi	BDI							
Bélgica	BEL	153	163	167	166	161	158	154
Benín	BEN							
Burkina Faso	BFA							
Bangladesh	BGD	269	278	290	302	209	216	229
Bulgaria	BGR	347	369	399	398	390	393	387
Bahréin	BHR	49	43	45	49	44	44	43
Bahamas	BHS							
Bosnia y Herzegovina	BIH							
Belarús	BLR							
Belice	BLZ							
Bermudas	BMU	16	16	16	16	14	13	13
Bolivia	BOL	35	37	37	37	38	40	40
Brasil	BRA	392	442	432	377	373	366	353
Barbados	BRB	20	21	20	20	22	22	24
Brunei Darussalam	BRN							
Bután	BTN							

Botswana	BWA	18	18	20	20	21	23	24
República Centroafricana	CAF							
Canadá	CAN	3790	3881	3839	3761	3805	3932	3876
	CEB	3718	3558	3290	3178	2894	2920	1770
Suiza	CHE	256	257	253	246	246	246	238
Islas del Canal	CHI							
Chile	CHL	244	238	235	232	227	229	225
China	CHN	1440	1530	1604	1700	2063	2342	2494
Côte d'Ivoire	CIV	40	38	38	38	38	33	37
Camerún	CMR							
Congo, República del	COG							
Colombia	COL	114	96	96	86	84	79	76
Comoras	COM							
Cabo Verde	CPV							
Costa Rica	CRI	16	12	11	9	9	9	9
Estados pequeños del Caribe	CSS	116	117	118	117	120	118	122
Cuba	CUB							
Curazao	CUW							
Islas Caimán	CYM	1	1					
Chipre	CYP	141	141	135	128	123	117	111
República Checa	CZE	29	32	18	16	16	15	17
Alemania	DEU	656	658	638	601	571	670	665
Djibouti	DJI							
Dominica	DMA							
Dinamarca	DNK	201	198	216	217	206	186	174
República Dominicana	DOM							
Argelia	DZA							
Asia oriental y el Pacífico	EAP	4080	4196	4319	4420	4869	5198	5311
Asia oriental y el Pacífico (todos los niveles de ingreso)	EAS	13745	14623	14396	13896	14869	15723	15363
Europa y Asia central	ECA	5106	5314	3140	4773	4199	4028	2506
Europa y Asia central (todos los niveles de ingreso)	ECS	16381	16498	14612	15478	14754	14604	13071
Ecuador	ECU	34	35	38	39	40	41	45
Egipto, República Árabe de	EGY	603	435	373	305	213	231	234
Zona del Euro	EMU	6591	6609	6837	6630	6364	6315	6146
Eritrea	ERI							
España	ESP	3339	3498	3536	3435	3310	3241	3167
Estonia	EST	16	18	18	16	15	15	16
Etiopía	ETH							
Unión Europea	EUU	13371	12886	12965	12265	11603	11535	10391
	FCS							

Finlandia	FIN	134	130	126	125	123	121	119
Fiji	FJI	16	16	16	16	16	18	16
Francia	FRA	717	707	966	941	901	893	862
Islas Feroe	FRO							
Micronesia (Estados Federados de)	FSM							
Gabón	GAB							
Reino Unido	GBR	2913	2588	2584	2179	2056	2001	2179
Georgia	GEO	231	161	153	145	143	135	133
Ghana	GHA	32	32	35	35	35	36	34
Guinea	GIN							
Gambia	GMB							
Guinea-Bissau	GNB							
Guinea Ecuatorial	GNQ							
Grecia	GRC	318	292	300	296	287	275	267
Granada	GRD							
Groenlandia	GRL							
Guatemala	GTM							
Guam	GUM							
Guyana	GUY	11	11	11	11	11	11	12
Ingreso alto	HIC	31363	32204	32605	29962	30257	30787	30123
Hong Kong, Región Administrativa Especial	HKG	1021	1029	1251	1308	1396	1472	1459
Honduras	HND							
Países pobres muy endeudados (PPME)	HPC							
Croacia	HRV	183	353	356	271	240	209	184
Haití	HTI							
Hungría	HUN	41	41	41	43	48	52	51
Indonesia	IDN	344	383	396	398	420	440	459
Isla de Man	IMN							
India	IND	4796	4887	4921	4955	4987	5112	5191
No clasificado	INX							
Irlanda	IRL	57	60	58	55	50	48	42
Irán, República Islámica del	IRN	332	329	356	337	341	347	284
Iraq	IRQ							
Islandia	ISL	24	26	14	9	7	8	11
Israel	ISR	612	654	642	622	613	576	532
Italia	ITA	284	301	294	291	291	287	279
Jamaica	JAM	41	41	39	38	39	37	36
Jordania	JOR	227	245	262	272	277	247	243
Japón	JPN	3362	3844	3299	3208	3553	3961	3470
Kazajstán	KAZ	67	90	74	69	60	63	74

Kenya	KEN	51	51	53	55	55	58	57
Kirguistán	KGZ	8	10	8	8	11	34	18
Camboya	KHM							
Kiribati	KIR							
Saint Kitts y Nevis	KNA	7	7	11	11	11	11	13
Corea, República de	KOR	1694	1767	1789	1778	1781	1792	1767
Kosovo								
Kuwait	KWT	163	181	202	207	215	206	189
América Latina y el Caribe (países en desarrollo solamente)	LAC	1248	1299	1243	1221	1229	1200	1208
República Democrática Popular Lao	LAO							
Líbano	LBN	11	11	11	10	10	10	10
Liberia	LBR							
Libia	LBY							
Santa Lucía	LCA							
América Latina y el Caribe (todos los niveles de ingreso)	LCN	1567	1611	1546	1529	1532	1505	1513
Países menos desarrollados: clasificación de las Naciones Unidas	LDC							
Países de ingreso bajo	LIC							
Liechtenstein	LIE							
Sri Lanka	LKA	237	235	234	231	241	253	287
Países de ingreso mediano bajo	LMC	8597	8522	8345	8255	8327	8686	8608
Ingreso mediano y bajo	LMY	18757	19184	17087	18770	18528	18771	17397
Lesotho	LSO							
Lituania	LTU	44	40	41	40	39	33	33
Luxemburgo	LUX	36	34	34	34	33	31	29
Letonia	LVA	40	41	35	33	33	32	31
Región Administrativa Especial de Macao, China	MAC							
Isla de San Martín (parte francesa)	MAF							
Marruecos	MAR	65	74	77	78	73	75	76
Mónaco	MCO							
República de Moldova	MDA							
Madagascar	MDG							
Maldivas	MDV							
Oriente Medio y Norte de África (todos los niveles de ingreso)	MEA	2484	2433	2460	2388	2311	2277	2163
México	MEX	131	125	125	125	130	128	131
Islas Marshall	MHL							
Ingreso mediano	MIC	18201	18607	16482	18134	17965	18202	16778
Ex República Yugoslava de Macedonia	MKD	43	38	38	36	34	32	32
Malí	MLI							

Malta	MLT	14	15	19	19	20	20	20
Myanmar	MMR							
Oriente Medio y Norte de África	MNA				1093	1010	1012	
Montenegro	MNE	16		25	28	29	29	33
Mongolia	MNG	386	384	376	358	336	332	329
Mariana	MNP							
Mozambique	MOZ							
Mauritania	MRT							
Mauricio	MUS	41	90	89	89	86	86	87
Malawi	MWI	10	12	15	15	14	14	14
Malasia	MYS	1027	1036	977	960	957	941	921
América del Norte	NAC	8939	9027	9458	8178	8098	8116	7991
Namibia	NAM	9	9	7	7	7	7	7
Nueva Caledonia	NCL							
Níger	NER							
Nigeria	NGA	202	212	213	214	215	196	192
Nicaragua	NIC							
Países Bajos	NLD	226	122	110	121	113	108	105
Ingreso alto: No miembros de OCDE	NOC	4065	4342	4584	4024	4167	4202	4120
Noruega	NOR	195	208	209	190	195	192	184
Nepal	NPL	135	144	149	165	190	181	216
Nueva Zelanda	NZL	154	154	99	100	144	144	142
Ingreso alto: Miembros de OCDE	OEC	27298	27862	28021	25938	26090	26585	26003
Miembros OCDE	OED	27784	28347	28504	26421	26605	27127	26590
Omán	OMN	124	120	122	120	119	123	124
Otros Estados pequeños	OSS							
Pakistán	PAK	652	654	653	651	644	638	573
Panamá	PAN	22	22	23	21	23	21	25
Perú	PER	193	190	199	195	199	202	213
Filipinas	PHL	238	242	244	246	251	268	268
Palau	PLW							
Papua Nueva Guinea	PNG	9	9	10	11	10	11	11
Polonia	POL	267	328	349	354	569	757	844
Puerto Rico	PRI							
Corea, República Popular Democrática de	PRK							
Portugal	PRT	47	47	49	48	47	46	46
Paraguay	PRY	55	70	71	70	66	66	62
Estados pequeños de las Islas del Pacífico	PSS							
Polinesia Francesa	PYF							
Qatar	QAT	36	40	42	48	43	42	42

Rumania	ROU	2478	2096	1824	1824	1383	1267	77
Federación de Rusia	RUS	309	328	314	279	345	327	276
Rwanda	RWA							
Asia meridional	SAS	6089	6198	6247	6304	6271	6400	6496
Arabia Saudita	SAU	86	111	127	135	146	150	158
Sudán	SDN							
Senegal	SEN							
Singapur	SGP	461	472	455	459	461	462	472
Islas Salomón	SLB							
Sierra Leona	SLE							
El Salvador	SLV	48	51		48	61	65	64
San Marino	SMR							
Somalia	SOM							
Serbia	SRB	1111	1771		1750	1569	1322	1086
África al sur del Sahara	SSA	915	998			950	933	923
Sudán del Sur	SSD							
África al sur del Sahara (todos los niveles de ingreso)	SSF	915	998			950	933	923
Pequeños Estados	SST							
Santo Tomé y Príncipe	STP							
Surinam	SUR							
República Eslovaca	SVK	173	153	125	107	90	81	69
Eslovenia	SVN	100	87	84	76	71	66	61
Suecia	SWE	321	272	341	333	331	340	332
Swazilandia	SWZ	6	6	7	5	5	5	
Sint Maarten (Dutch part)	SXM							
Seychelles	SYC							
República Árabe Siria	SYR							
Islas Turcas y Caicos	TCA							
Chad	TCD							
Togo	TGO							
Tailandia	THA	518	475	525	535	541	545	502
Tayikistán	TJK							
Turkmenistán	TKM							
Timor-Leste	TLS							
Tonga	TON							
Trinidad y Tobago	TTO	37	37	37	37	37	37	37
Túnez	TUN	48	50	49	52	56	57	59
Turquía	TUR	314	319	317	315	337	362	405
Tuvalu	TUV							
Tanzanía	TZA	6	10	14	15	11	17	17
Uganda	UGA	5		6	8	8	8	10

Ucrania	UKR	249	276	251	145	183	195	198
Ingreso mediano alto	UMC	9604	10085	8137	9879	9638	9516	8170
Uruguay	URY	10	8		8	6	6	6
Estados Unidos	USA	5133	5130	5603	4401	4279	4171	4102
Uzbekistán	UZB	166	114				132	
San Vicente y las Granadinas	VCT							
Venezuela	VEN	53	60	60	64	55	36	41
Islas Vírgenes (EE.UU.)	VIR							
Vietnam	VNM	102	121	171	196	275	301	311
Vanuatu	VUT							
Ribera Occidental y Gaza	PSE	33	35	37	39	40	45	47
Mundo	WLD	50120	51388	49692	48732	48785	49558	47520
Samoa	WSM							
Yemen, Rep. Del	YEM							
Sudáfrica	ZAF	401	422	379	363	360	355	348
Congo, República Democrática del	COD							
Zambia	ZMB	14	16	19	19	19	20	20
Zimbabwe	ZWE	80	82	78	76	76	75	76
Datos de Banco Mundial, recuperado el 07 de Mayo de 2015 en: <a href="http://datos.bancomundial.org/indicador/CM.MKT.LDOM.NO/countries?display=default">http://datos.bancomundial.org/indicador/CM.MKT.LDOM.NO/countries?display=default</a>								

**Anexo 2:** “Índice COLCAP y Precios de Cierre Títulos BVC entre años 2010-2014”, Datos de Bolsa de Valores de Colombia, recuperado el 01 de Noviembre de 2016 en: <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/indicesbursatiles?action=dummy>

**Nota.** Tabla y aplicación de modelo CAPM en archivo de Excel (Extensión .xlsx) anexo a documento digital. \*EEB A partir del 21 de Junio de 2011 cambio el valor nominal de la acción (SPLIT VALOR NOMINAL/100). Para no afectar el cálculo determinístico se conservó el valor nominal histórico multiplicando x 100 el nuevo valor nominal.

Fuente: Revista Dinero. Recuperado el 01 de Noviembre de 2016 en: <http://www.dinero.com/negocios/articulo/eeb-modifica-valor-nominal-su-accion/121376>